

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЭКОНОМИКО-ГУМАНИТАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА СТЕПАНА ДЕМЬЯНЧУКА

К.И.Кушнер

**ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ЗАВИСИМОСТИ МАГНИТНОГО МОМЕНТА
ПЛАНЕТЫ ЗЕМЛЯ ОТ ШИРОТЫ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ**

МОНТЕ КАРЛО

Аппроксимация полиномом третьей степени

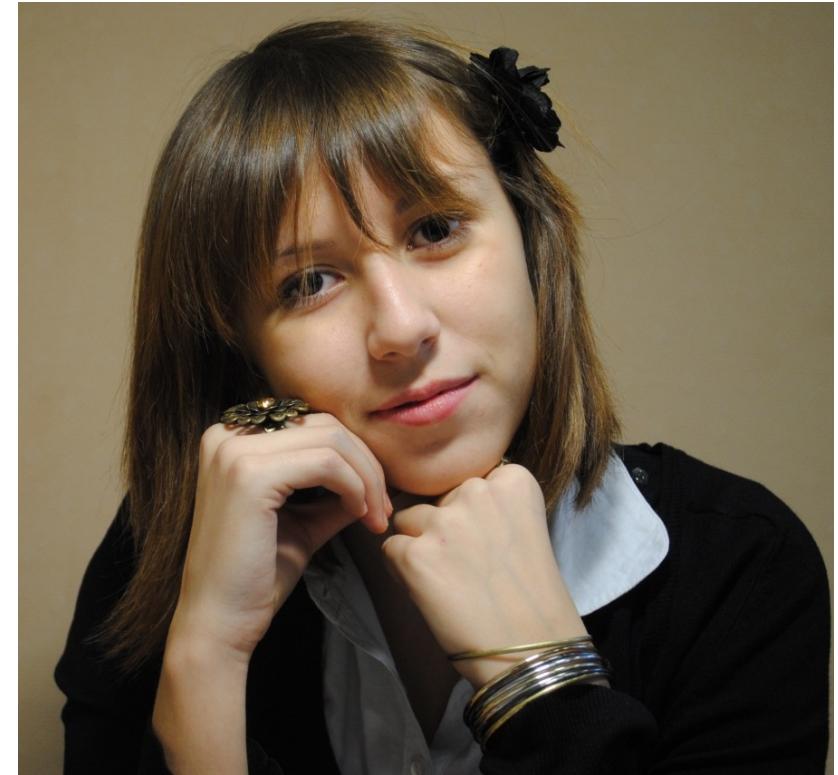


Модель КИК-203

Научный руководитель:
кандидат технических наук,
доцент Р. М. Литнарович

Ровно – 2011

Кристина Игоревна Кушнер



УДК 53. 02:550.38

Кушнер К.И. Построение и исследование математической модели зависимости магнитного момента планеты Земля от широты методом статистических испытаний Монте Карло. Аппроксимация полиномом третьей степени. Модель КИК-203. МЕГУ, Ровно, 2011, 63 с.

Рецензент: В. Г.Бурачек, доктор технических наук, профессор

Ответственный за выпуск: И. В. Джунь, доктор физико-математических наук, профессор

Книга написана по материалам работы научной физико-математической школы МЕГУ

Устанавливается функциональная зависимость магнитного момента планеты Земля от геомагнитной широты. Даётся вывод формулы в виде полинома третьего порядка.

Математическая модель строится на основе способа наименьших квадратов.

Проводится исследование точности уравновешенных элементов методом статистических испытаний Монте Карло.

Для студентов и аспирантов направления наук о Земле.

Functional dependence of magnetic moment of planet is set Earth from a geomagnetical breadth. The conclusion of formula is given in a kind to the polynomial of the third order.

A mathematical model is built on the basis of method of leastsquares.

Research of exactness of the balanced elements is conducted by the method of statistical tests of Monte Karlo.

For students and graduate students of direction of sciences about Earth.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
Раздел 1. Геомагнитный момент Земли	6
1.1. Представление геомагнитного момента поля Земли	6
1.2. Представление истинной модели	12
2. Построение имитационной модели	14
2.1. Генерирование истинных погрешностей для исследования математической модели методом статистических испытаний Монте Карло	14
2.2. Представление имитационной модели	16
3. Уравновешивание модели	17
3.1. Представление системы нормальных уравнений ..	17
3.2. Установление коэффициентов нормальных уравнений	18
3.3. Решение нормальных уравнений способом Крамера	20
Раздел 4. Оценка точности	26
4.1. Контроль уравновешивания	26
4.2. Оценка точности параметров, полученных из системы нормальных уравнений	26
Выводы	32
Литературные источники	34
Приложения	37

© К. И. Кушнер, 2011

Предисловие

Безусловный научный и практический интерес представляет исследование геомагнитного поля Земли. Изучению природы геомагнитного поля и в наше время уделяется большое внимание. Ученые пытаются получить ответы на вопросы: когда и как зародилось магнитное поле земного шара ? Почему оно существует миллиарды лет? Как это поле будет меняться в будущем?

В данной работе мы сделаем попытку выразить один из основных компонентов геомагнитного поля Земли - магнитный момент планеты графически и установить функциональную зависимость магнитного момента от широты.

Нами подбирается эмпирическая формула в виде полинома третьего порядка. Математическая модель строится на основе способа наименьших квадратов. Построенная вероятнейшая модель принимается как истинная модель, на основе которой проводятся исследования точности методом статистических испытаний Монте Карло. Генерируются псевдо- случайные числа, которые принимаются как истинные погрешности, которыми искажается истинная модель.

В дальнейшем методом наименьших квадратов уравновешивается искаженная модель и делается оценка точности уравновешенных элементов. Значение истинных погрешностей дает возможность сделать сравнительный анализ. Набирается большая статистика путем построения и исследования большого количества моделей.

Разработанная методика позволит сделать предварительный расчет точности при проектировании будущих геомагнитных исследований в любой точке планеты Земля.

Раздел 1. Геомагнитный момент Земли

1.1. Представление геомагнитного момента поля Земли

Магнитный момент - это векторная величина, характеризующая земной шар как источник магнитного поля. Макроскопические магнитные моменты создают замкнутые электрические токи и упорядоченно ориентированные магнитные моменты атомных частиц. Рассчитаем магнитный момент M Земли на экваторе при $\Phi_{\text{маг. Екв.}}=0$.

При этом сначала рассмотрим элементы земного магнетизма.

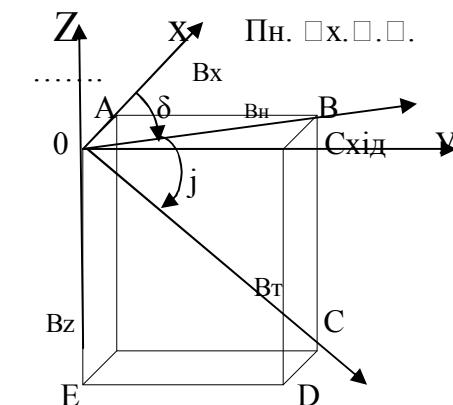


Рис.1.1. Элементы земного магнетизма

Проекции B_z і B_h индукции дипольного поля, или поля однородного намагничивания Земли, можно найти с помощью формул.

Вертикальная составляющая геомагнитного поля Земли

$$B_z = \mu_0 \frac{M}{2\pi R^3} \sin \Phi_m \quad (1.1);$$

горизонтальная составляющая

$$\mathbf{B}_H = \mu_0 \frac{M}{4\pi R^3} \cos \Phi_m \quad (1.2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

M – магнитный момент земного шара;

R – радиус Земли;

Φ_m – геомагнитная широта, которая отсчитывается от геомагнитного экватора.

Из приведенных формул легко найти модуль вектора индукции поля однородного намагничивания земного шара:

$$\beta_T = \sqrt{B_z^2 + B_H^2} \quad (1.3).$$

Подставляя (1.1), (1.2) в (1.3), получим:

$$\beta_T = \sqrt{\mu_0^2 \frac{M^2}{2\pi^2 R^6} \left(\sin^2 \varphi_m + \frac{\cos^2 \varphi_m}{4} \right)};$$

или:

$$\beta_T = \mu \frac{M}{2\pi R^3} \sqrt{\frac{4 \sin^2 \varphi_m + \cos^2 \varphi_m}{4}}.$$

Принимая во внимание, что $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, а $4 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 3 \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi$;

$$\beta_T = \mu \frac{M}{4\pi R^3} \sqrt{3 \sin^2 \varphi + 1} \quad (1.4).$$

Найдём магнитный момент M из формулы (1.4)

$$M = \frac{4\pi R^3 B_T}{\mu \sqrt{3 \sin^2 \varphi_m + 1}} \quad (1.5).$$

Напряжённость магнитного поля на магнитном экваторе

$$H_{ekv} = 0,34 \text{ ерстеда} \quad [3, - с. 163].$$

Для перехода из системы СГСМ у систему СИ составим следующую пропорцию

Напряженность $1 \frac{a}{m}$ соответствует $4\pi \cdot 10^{-3} e$,
 H_{ekv} равняется $0,34 e$,
откуда

$$H_{ekv} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,34 e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 27,05634033 \frac{a}{m}.$$

В общем случае напряженность магнитного поля Земли можно рассчитать по формуле

$$H = \frac{B_T}{\mu_0} = \frac{M}{4\pi R^3} \sqrt{3 \sin^2 \varphi_m + 1}. \quad (1.6).$$

Тогда, общая формула расчёта магнитного момента Земли будет

$$M = \frac{4\pi R^3 H}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi_m}}. \quad (1.7)$$

Для полюса $H_{pol} = 0,66$ ерстед.

Тогда, при переходе до системы СИ

$$1 \frac{a}{m} \text{ соответствует } 4\pi \cdot 10^{-3} e,$$

H_{pol} равняется $0,66 e$,
откуда

$$1 \frac{a}{m} \cdot 0,66e \\ = \frac{M}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 52,52113122 \frac{a}{m}.$$

Магнитный момент Земли около полюсов

$$M_{pol.} = \frac{H_{pol.} \cdot 4\pi R^3}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 90^\circ}}.$$

Приняв радиус земного шара $R=6371000\text{м}$, а $4\pi R^3 = 3,249620751 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$, магнитный момент земного шара на экваторе будет

$$M_{eqv.} = \\ \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} [\text{м}^3] \cdot 27,05634033 [\frac{a}{m}]}{1} = 8,792284498 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Рассчитаем магнитный момент земного шара на полюсе

$$M_{pol.} = \\ \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 52,52113122}{2} = 8,533687894 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Рассчитаем магнитный момент Земли на широте 45° , приняв среднее значение напряженности

$$H_{45^\circ} = \frac{H_0 + H_{90^\circ}}{2} = \frac{0,34e + 0,66e}{2} = 0,50e$$

Тогда

$$1 \frac{a}{m} \text{ соответствует } 4\pi \cdot 10^{-3} e$$

$$H_{45^\circ} \text{ равняется } 0,5 e.$$

Откуда

$$H_{45^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,5e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 39,78873577 \frac{a}{m}.$$

Таким образом, напряженность магнитного поля H_{45° будет

$$H_{45^\circ} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \text{ м}^3 \cdot 39,78873577 \frac{a}{m}}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 45^\circ}},$$

$$H_{45^\circ} = 8,177542602 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2.$$

Найдем середнюю напряженность магнитного поля Земли для широты $22,5^\circ$

$$H_{22,5^\circ} = \frac{0,34e + 0,5e}{2} = 0,42 e,$$

для $\varphi_{mag.} = 67,5^\circ$

$$H_{67,5^\circ} = \frac{0,5e + 0,6e}{2} = 0,58e;$$

для $\varphi_{mag.} = 22,5^\circ$

$$1 \frac{a}{m} \text{ соответствует } 4\pi \cdot 10^3 e$$

$$H_{22,5^\circ} \text{ равняется } 0,42 e,$$

откуда

$$H_{22,5^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,42e}{4\pi \cdot 10^3 e} = 33,422538 \frac{a}{m}.$$

И по аналогии

$$H_{67,5^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,58e}{4\pi \cdot 10^3 e} = 46,1549335 \text{ ам}^2.$$

Магнитные моменты будут соответственно

$$M_{22,5^0} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 33,42253805}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 22,5^0}} = 9,052956514 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2,$$

$$M_{67,5^0} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 46,1549335}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 67,5^0}} = 7,948506716 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Результаты зависимости геомагнитного момента Земли от широты точки наблюдения сведено в **Табл 1.**

Таблица 1. Зависимость геомагнитного момента Земли от широты точки наблюдения

№	$\varphi_{mag.} = X$	$Y = M = f(x) \left(\frac{a}{M} \right)$
1	0,00	$8,79 \cdot 10^{22} *$
2	11,25	$8,9 \cdot 10^{22}$
3	22,5	$9,05 \cdot 10^{22}$
4	33,75	$8,5 \cdot 10^{22}$
5	45	$8,18 \cdot 10^{22}$
6	56,25	$8 \cdot 10^{22}$
7	67,5	$7,95 \cdot 10^{22}$
8	78,75	$8,12 \cdot 10^{22}$
9	90	$8,53 \cdot 10^{22}$
n=9		$\Sigma = 76,02 \cdot 10^{22}$

Согласно формуле (1,7) магнитный момент зависит от напряженности магнитного поля и широты точки наблюдения, т.е. является функцией двух независимых переменных, хотя в свою очередь напряженность геомагнитного поля также зависит от широты. К сожалению, у нас нет формулы зависимости напряженности магнитного

поля от широты, что не требовало бы знания магнитного момента и наоборот.

Поэтому несомненный интерес представляет установление функциональной зависимости магнитного момента, как главного компонента для определения составляющих геомагнитного поля Земли, от геомагнитной широты.

Примечание. В дальнейшем для упрощения выкладок множитель 10^{22} писать не будем, но его следует иметь в виду, особенно при оценке точности результатов.

1.2. Представление истинной модели

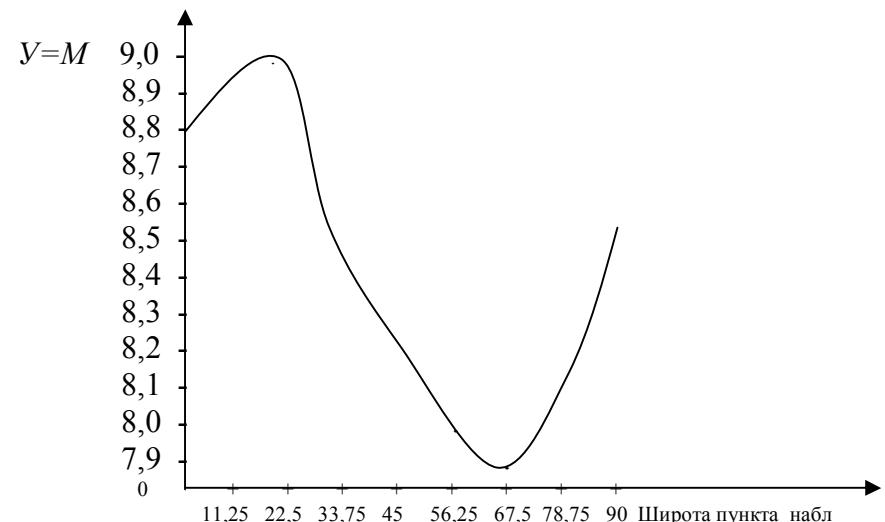


Рис. 1. График зависимости магнитного момента земного шара от геомагнитной широты

Имея узловые точки значений геомагнитного момента Земли в магнитных широтах $0, 22,5^0, 45^0, 67,5^0$ и 90^0 построим точечную диаграмму и график, представленный на рис. 1.

Из этого графика видно, что экстремум функции будет на широтах $22,5^0$ и $67,5^0$. Как видно из графика, лучшей функцией для аппроксимации будет кубический полином, то есть будем искать функциональную зависимость у виде функции

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (1.2.1)$$

Неизвестные коэффициенты a, b, c, d определим по способу наименьших квадратов.

Промежуточные точки в $11,25^0, 33,75^0, 56,25^0$ и $78,75^0$ определим непосредственно из графика. Этого нам будет вполне достаточно для построения экспериментальной модели.

Построенную таким образом экспериментальную модель зависимости магнитного момента земного шара от широты в дальнейшем уравновесили и получили формулу [7, с.38]

$$Y=M=1.2190 \cdot 10^{-5} X^3 - 1.4404 \cdot 10^{-3} X^2 + 2.8370 \cdot 10^{-2} X + 8,8028 \quad (1.2.2)$$

которую примем за истинную модель и, генерируя истинные погрешности, имеем возможность строить имитированные (искажённые) модели, на которых можно исследовать точность определения магнитного момента в зависимости от погрешностей определения широты.

Таблица 2. Зависимость геомагнитного момента Земли от широты точки наблюдения. Истинная модель за формулой 1.1)

№	$\varphi_{mag.} = X$	$Y = M = f(x)(\frac{a}{M})$
1	0	8,803
2	11,25	8,957
3	22,5	8,851
4	33,75	8,598
5	45	8,274
6	56,25	8,011
7	67,5	7,904
8	78,75	8,057
9	84,375	8,264
10	90	8,575
n=9	489,375	84,294

Раздел 2. Построение имитационной модели

2.1. Генерирование истинных погрешностей для исследования математической модели методом статистических испытаний Монте Карло

В работе [1] истинная модельискажалась введением истинных погрешностей в независимые переменные X . В данной монографии истинные погрешности будем вводить в экспериментальные параметры Y .

Приведем методику расчёта случайных чисел, которые в дальнейшем примем за истинные погрешности для построения имитационной (искажённой) модели.

1. Получив ряд случайных (а точнее псевдо-случайных) чисел ξ_i , рассчитывают среднее значение ξ_{cp} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (2.1.1)$$

где n – число случайных чисел.

2. Рассчитываются предварительные значения истинных погрешностей Δ'_i по формуле

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}. \quad (2.1.2)$$

3. Находят среднюю квадратическую погрешность предварительных истинных погрешностей по формуле Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta'^2 i}{n}} \quad (2.1.3)$$

4. Находят коэффициент пропорциональности K , для определения истинных погрешностей необходимой

$$\text{точности} \quad K = \frac{c}{m'_{\Delta}}, \quad (2.1.4)$$

где c – необходимая константа.

Так, например, при $m'_\Delta = 0,28$ и необходимости построения математической модели с точностью $c = 0,1$, будем иметь

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357, \text{ а при } c = 0,05, \text{ получим}$$

$$K = \frac{0,05}{0,28} = 0,178.$$

5. Истинные погрешности рассчитываются по формуле

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K \quad (2.1.5)$$

6. Заключительным контролем служит расчёт средней квадратической погрешности m_Δ генерированных истинных погрешностей Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}} \quad (2.1.6)$$

и сравнения

$$m_\Delta = c \quad (2.1.7)$$

Таблица 3. Генерирование псевдо-случайных чисел и расчёт истинных погрешностей

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$	Δ_i^2	$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$	Δ_i^2
1	0,6	0,522	0,078	0,00608	0,0378	0,00142629
2	0,23	0,522	-0,292	0,08526	-0,1414	0,01998875
3	0,3	0,522	-0,222	0,04928	-0,1075	0,01155383
4	0,89	0,522	0,368	0,13542	0,17818	0,03174794
5	0,27	0,522	-0,252	0,06350	-0,122	0,01488747
6	0,37	0,522	-0,152	0,02310	-0,0736	0,00541635
7	0,69	0,522	0,168	0,02822	0,08134	0,00661665
8	0,59	0,522	0,068	0,00462	0,03292	0,00108402
9	0,68	0,522	0,158	0,02496	0,0765	0,00585240
10	0,6	0,522	0,078	0,00608	0,03777	0,00142629

n=10	5,22	5,22	-3E-16	0,42656	-1,4E-16	0,10000000
------	------	-------------	---------------	----------------	-----------------	-------------------

Середняя квадратическая погрешность предварительных истинных погрешностей

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0,42656}{10}} = 0,2065350863$$

Коэффициент пропорциональности

$$K = \frac{0,1}{0,2065350863} = 0,4841792346.$$

Середняя квадратическая погрешность при генерировании случайных чисел с точностью $c = 0,1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,1000000}{10}} = 0,1$$

2.2. Представление имитационной модели

Таблица 4. Построение искажённой модели

№	Истинная модель		Δ_i	$Y_{искаж.} = Y_{истм.} + \Delta_i$
	$x_{истм}$	$y_{истм}$		
1	0	8,803	0,0378	8,841
2	11,25	8,957	-0,1414	8,816
3	22,5	8,851	-0,1075	8,7435
4	33,75	8,598	0,17818	8,7762
5	45	8,274	-0,122	8,1520
6	56,25	8,011	-0,0736	7,9374
7	67,5	7,904	0,08134	7,9853
8	78,75	8,057	0,03292	8,0899
9	84,375	8,264	0,0765	8,3405
10	90	8,575	0,03777	8,6128
	489,375	84,294	-1,4E-16	84,294

По данным искажённой модели выполняют строгое уравнивание методом наименьших квадратов и получают вероятнейшую модель, делают оценку точности уравновешенных элементов и дают сравнительный анализ.

Раздел 3. Уравновешивание модели

3.1. Представление системы нормальных уравнений

В результате проведенного эксперимента мы имеем ряд результатов X_i, Y_i , функциональную зависимость между которыми будем искать при помощи полинома степени К, где коэффициенты a_i являются неизвестными.

Тогда, система нормальных уравнений будет

$$\begin{aligned} na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \dots + a_m[x^m] - [y] &= 0, \\ a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [xy] &= 0, \\ a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [x^2y] &= 0, \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

$$\dots$$

$$a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \dots + a_m[x^{2m}] - [x^my] = 0,$$

где знаком $[]$ обозначена сумма соответствующего элемента.

Для полинома третьей степени вида

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (3.1.2)$$

Система нормальных уравнений будет

$$\begin{aligned} dn + c[x] + b[x^2] + a[x^3] - [y] &= 0, \\ d[x] + c[x^2] + b[x^3] + a[x^4] - [xy] &= 0, \\ d[x^2] + c[x^3] + b[x^4] + a[x^5] - [x^2y] &= 0, \\ d[x^3] + c[x^4] + b[x^5] + a[x^6] - [x^3y] &= 0. \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

или

$$\begin{aligned} a[x^6] + b[x^5] + c[x^4] + d[x^3] - [x^3y] &= 0, \\ a[x^5] + b[x^4] + c[x^3] + d[x^2] - [x^2y] &= 0, \\ a[x^4] + b[x^3] + c[x^2] + d[x] - [xy] &= 0, \\ a[x^3] + b[x^2] + c[x] + dn - [y] &= 0. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

В дальнейшем будем решать систему линейных нормальных уравнений (3.1.3) или (3.1.4) одним из известных математике способов.

3.2. Установление коэффициентов нормальных уравнений

Приведем расчётную таблицу, на основе которой получают коэффициенты нормальных уравнений.

Таблица 5. Расчёт коэффициентов нормальных уравнений

№	$x_{истн.}$	$y_{искаж}$	x^0	x^2	x^3	x^4	x^5
1	0	8,841	1	0	0	0	0
2	11,25	8,816	1	126,563	1423,828	16018,066	180203,247
3	22,5	8,7435	1	506,250	11390,625	256289,063	5766503,906
4	33,75	8,7762	1	1139,063	38443,359	1297463,379	43789389,038
5	45	8,1520	1	2025,000	91125,000	4100625,000	184528125,000
6	56,25	7,9374	1	3164,063	177978,516	10011291,504	563135147,095
7	67,5	7,9853	1	4556,250	307546,875	20759414,063	1401260449,219
8	78,75	8,0899	1	6201,563	488373,047	38459377,441	3028675973,511
9	84,375	8,3405	1	7119,141	600677,490	50682163,239	4276307523,251
10	90	8,6128	1	8100,000	729000,000	65610000,000	5904900000,000
Σ	489,375	84,294	10	32937,891	2445958,740	191192641,754	15408543314,266

Продолжение таблицы 5

№	x^6	xy	x^2y	x^3y
1	0	0	0	0
2	2027286,530	99,1757074	1115,727	12551,92547
3	129746337,891	196,729004	4426,403	99594,05812
4	1477891880,035	296,196058	9996,617	337385,8228
5	8303765625,000	366,83936	16507,77	742849,7035
6	31676352024,078	446,478982	25114,44	1412687,403
7	94585080322,266	539,01064	36383,22	2455867,23
8	238508232913,971	637,081552	50170,17	3950901,064
9	360813447274,268	703,729771	59377,2	5009951,199
10	531441000000,000	775,148968	69763,41	6278706,639
Σ	1266937543664,040	4060,390	272855,0	20300495,0

Таким образом, на основании проведённых расчётов нами получена следующая матрица коэффициентов нормальных уравнений

10,0	489,4	32937,9	2445958,7
489,4	32937,9	2445958,7	191192641,8
32937,9	2445958,7	191192641,8	15408543314,3
2445958,7	191192642	15408543314,3	1266937543664,0

3.3. Решение системы линейных уравнений способом Крамера

Пусть, имеем систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \dots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Для того, чтобы из этой системы определить неизвестные a_{ij} , составим из коэффициентов при неизвестных определитель Δ , который называется определителем системы уравнений (3.3.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3.3.2)$$

Умножим левую и правую части равенства (3.3.2) на x_i . В левой части будем иметь Δ_{xi} , в правой же части введем во все члены i -го столбца определителя a_k и множитель x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i}x_i & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i}x_i & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni}x_i & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3.3.3)$$

Затем до i -го столбца определителя (3.3.3) добавим все остальные столбцы, умноженные соответственно на x_1, x_2, \dots, x_n .

Величина определителя от этого не изменится. Тогда- i -столбик представит собой левую часть системы уравнений (3.3.1).

Заменим его свободными членами этой системы и обозначим через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \dots a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3.3.4)$$

$$\text{Откуда, } x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \dots a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \dots a_{nn} \end{vmatrix}}. \quad (3.3.5)$$

Формула (3.3.5) позволяет определить каждое неизвестное системы линейных уравнений (3.3.1).

Если свободные члены системы линейных уравнений равны нулю, то она будет системой линейных однокоренных уравнений.

Система линейных однокоренных уравнений может иметь решение отличное от нулевого, если определитель системы равен нулю.

Для системы четырех линейных уравнений

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4, \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

если определитель системы не равен нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (3.3.7)$$

то система определителя и по Крамеру ее неизвестные выражаются формулами

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (3.3.8)$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_3 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (3.3.9)$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (3.3.10)$$

$$x_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\Delta} \quad \dots \dots \dots \quad (3.3.11)$$

Как видим,

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad \dots \dots \dots \quad (3.3.12)$$

$$\dots \dots \dots \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_3 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad \dots \dots \dots \quad (3.3.13)$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}, \quad \dots \dots \dots \quad (3.3.14)$$

$$\Delta_{x_4} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}. \quad \dots \dots \dots \quad (3.3.15)$$

Приведем формулу нахождения определителя четвертого порядка

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = (a_{23}a_{43} - a_{33}a_{42})(a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21}) + \\ & + (a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42})(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}) + (a_{31}a_{43} - a_{33}a_{41})(a_{14}a_{22} - a_{12}a_{24}) + \\ & + (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}) + (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43})(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) + \\ & + (a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41})(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) \end{aligned} \quad (3.3.16)$$

И в нашем случае определитель системы $D = 1,38204 E + 21$

1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959
15408543314,266	191192642	2445959	32937,891
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10

20300495,0441	15408543314	191192642	2445959
272854,95712	191192642	2445959	32938
4060,3900417	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10

$$D1= 1,57904E+16$$

тогда неизвестный коэффициент a при x^3 будет

$$a = x_1 = \frac{D1}{D} = \frac{1.57904E+16}{1.38204E+21} = 0,000011425;$$

1266937543664	20300495,044	191192642	2445959
15408543314	272854,957	2445959	32938
191192642	4060,390	32938	489,375
2445959	84,2940	489,375	10
D2=	-1,8190E+18		

тогда неизвестный коэффициент b при x^2 будет

$$b = x_2 = \frac{D2}{D} = \frac{-1,8190E+18}{1,38204E+21} = -0,001316;$$

1266937543664	15408543314	20300495	2445958,7
15408543314	191192642	272855	32937,891
191192642	2445959	4060	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3=	3,3236E+19		

и неизвестный коэффициент с при x будет

$$c = x_3 = \frac{D3}{D} = \frac{3,3236E+19}{1,38204E+21} = 0,024048;$$

1266937543664	15408543314	191192642	20300495
15408543314	191192642	2445959	272855
191192642	2445959	32938	4060
2445959	32938	489,375	84,294
D4=	1,2152E+22		

коэффициент d будет

$$d = \frac{D4}{D} = \frac{1,2152E+22}{1,38204E+21} = 8,793105.$$

Таким образом, на основе проведенных исследований, математическая модель зависимости магнитного момента планеты Земля от широты пункта наблюдения выражается формулой

$$y' = 0,000011425x^3 - 0,001316x^2 + 0,024048x + 8,793105. \quad (3.3.17)$$

Раздел 4. Оценка точности

4.1. Контроль уравновешивания

Подставляя полученные значения коэффициентов a, b, c, d в формулу (3.4), получим следующие результаты.

Таблица 6. Коэффициенты нормальных уравнений и контроль уравновешивания

	x^3	x^2	x	x^0	y	Контроль
$[x^3]$	1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959	20300495,04	20300495,044
$[x^2]$	15408543314,266		191192642	2445959	32937,891	272854,957
$[x]$	191192641,754		2445959	32938	489	4060,390
$[x^0]$	2445958,740		32938	489	10	84,294
	0,000011425	-0,001316	0,024048	8,793105		
	Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования.	b	c	d		

$$[YX] - a[YX^3] - b[YX^2] - c[YX] - d[Y] - \\ = 0,087895782. \quad \text{С другой стороны } [VV] = 0,087896$$

4.2. Оценка точности параметров, полученных из решения системы нормальных уравнений

Средние квадратические погрешности определяемых x_1, x_2, x_3, x_4 рассчитываются по формулам:

$$m_{x_1} = \mu \sqrt{\frac{A_{11}}{D}}, \quad (4.2.1)$$

$$m_{x_2} = \mu \sqrt{\frac{A_{22}}{D}}, \quad (4.2.2)$$

$$m_{x_3} = \mu \sqrt{\frac{A_{33}}{D}}, \quad (4.2.3)$$

$$m_{x_4} = \mu \sqrt{\frac{A_{44}}{D}}, \quad (4.2.4)$$

де $m_{x_1}, m_{x_2}, m_{x_3}, m_{x_4}$ – средние квадратические погрешности определяемых неизвестных x_1, x_2, x_3, x_4 , μ – середняя квадратическая погрешность единицы веса, которая рассчитывается по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (4.2.5)$$

У формуле (4.2.5) n - число начальных уравнений, K - число неизвестных В нашем случае $n = 10; K = 4$. V - разность между исходным значением y_i и рассчитанным значением y' по полученной нами формуле (3.3.17);

$$V_i = y_i - y'_i \quad (4.2.6)$$

$A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}$ – алгебраические дополнения первого, второго, третьего и четвертого диагональных элементов

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (4.2.7)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (4.2.8)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (4.2.9)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad (4.2.10)$$

$$\text{где } \Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}. \quad (4.2.11)$$

Приведем формулу раскрытия определителя третьего порядка

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}). \quad (4.2.12)$$

И в нашем случае получим

A11=	4,7761E+11	191192642	2445959	32938
		32937,891	489,375	10

величина обратного веса

$$\frac{1}{P_{x_1}} = \frac{A_{11}}{D} = \frac{4.7761E+11}{1,38204E+21} = 3.45593E-10, \text{ а}$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{x_{11}}}} = 0,00001859.$$

		1266937543664	191192642	2445959
A22=	8,99382E+15	191192642	32938	489,375
		2445959	489	10

$$\frac{1}{P_{x_2}} = \frac{A_{22}}{D} = \frac{8,99382E+15}{1,38204E+21} = 0,000006508; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{22}}}} = 0,00255.$$

A33=	1,24719,E+19	1266937543664	15408543314	2445959
		15408543314	191192642	32938
		2445959	32938	10

$$\frac{1}{P_{x_3}} = \frac{A_{33}}{D} = \frac{1,24719E+19}{1,38204E+21} = 0,00902; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{33}}}} = 0,0950.$$

		1266937543664	15408543314	191192642
A44=	1,1858101,E+21	15408543314	191192642	2445959
		191192642	2445959	32938

$$\frac{1}{P_{x_4}} = \frac{A_{44}}{D} = \frac{1,1858101E+21}{1,38204E+21} = 0,8580; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{44}}}} = 0,9263.$$

Подставляя у выведенную нами формулу (3.3.17) значения X искаженной модели , получим расчетные значения, Y' которые будут отличаться от исходных значений Y.

Таблица 6. Сравнительный анализ результатов строгого уравновешивания

№	$x_{icстн.}$	$y_{спомв.}$	$y'_{зрівноваж}$	$V = y_i - y'_i$	V^2
1	0	8,841	8,7931047	4,766E-02	0,002271628
2	11,25	8,816	8,9133392	-9,772E-02	0,009549349
3	22,5	8,7435	8,7980249	-5,451E-02	0,00297174
4	33,75	8,7762	8,5447693	2,314E-01	0,053550705
5	45	8,1520	8,2511794	-9,919E-02	0,009839384
6	56,25	7,9374	8,0148628	-7,746E-02	0,00599985
7	67,5	7,9853	7,9334267	5,192E-02	0,002695285
8	78,75	8,0899	8,1044784	-1,455E-02	0,000211816
9	84,375	8,3405	8,3151894	2,531E-02	0,000640675
10	90	8,6128	8,6256252	-1,286E-02	0,00016535
n=10	489,375	84,294	84,29	0,0000000	0,087896

Тогда, средняя квадратическая погрешность единицы веса будет

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-K}} = 0,12103428.$$

Средняя квадратичная погрешность определения коэффициента a

$$m_a = \mu \sqrt{\frac{1}{P_a}} = 0,12103428 * 0,00001859 = 2,25001E-06.$$

Средняя квадратичная погрешность определения коэффициента b

$$m_b = \mu \sqrt{\frac{1}{P_b}} = 0,12103428 * 0,00255 = 0,00030876.$$

Средняя квадратичная погрешность определения коэффициента с

$$m_c = \mu \sqrt{\frac{1}{P_c}} = 0,12103428 * 0,0950 = 0,011497828.$$

Средняя квадратичная погрешность определения коэффициента d

$$m_d = \mu \sqrt{\frac{1}{P_d}} = 0,12103428 * 0,9263 = 0,11211308.$$

Средние квадратические погрешности уравновешенной функции тφ =

0,11211308
0,06933648
0,07368445
0,06769636
0,061161
0,06757748
0,0719133
0,06129557
0,06572687
0,09824501

Проверка модели на адекватность по критерию Фишера

Проверка на адекватность за критерием Фишера

$$25,53907 > 4,533677$$

Модель адекватна экспериментальным данным

Установление значимости коэффициентов регрессии

Коэффициенты регрессии значимые

ta=	5,077947	t(0,05;6)=	2,446912
tb=	4,26277		
tc=	2,091561	t(0,08;6)=	2,104306
td=	78,43068		

Выводы

На основе проведенных исследований в данной работе:

1. Генерированы случайные числа, приведенные к нормированной исследуемой точности.
2. На основе истинной модели и генерируемых истинных погрешностей построена искаженная модель зависимости магнитного момента Земли от широты.
3. Математическая модель аппроксимирована по способу наименьших квадратов кубическим полиномом.
4. Получена формула
 $y' = 0,000011425x^3 - 0,001316x^2 + 0,024048x + 8,793105.$
 зависимости магнитного момента Земли Y от широты X.

5. Установлено, что средняя квадратическая погрешность единицы веса по результатам уравновешивания составляет $\mu = 0,122513676 * 10^{22} \text{ ам}^2$.

6. Средняя квадратическая погрешность определения коэффициента a при x^3 $m_a = 2,25001E - 06$;
- средняя квадратическая погрешность определения коэффициента b при x^2 $m_b = 0,00030876$;

- средняя квадратическая погрешность определения коэффициента c при x
 $m_c = 0,011497828$;
- средняя квадратическая погрешность определения коэффициента d $m_d = 0,11211308$.

.. Средние квадратические погрешности уравновешенной функции $t\varphi =$

0,11211308
0,06933648
0,07368445
0,06769636
0,061161
0,06757748
0,0719133
0,06129557
0,06572687
0,09824501

7. Разработана методика подготовки истинных погрешностей наперед заданной точности.

8. Данная работа открывает путь для проведения исследований методом статистических испытаний Монте Карло.

9. Она дает возможность охватить большую аудиторию, потому, что генерируются погрешности индивидуально и они не повторяются в других моделях.

10. Работа выполняется впервые. Нам не известны литературные источники, где бы выполнялись аналогичные исследования .

Литературные источники

1. Букеев Б.А. Исследование точности аппроксимации зависимости магнитного момента Земли от широты методом статистических испытаний Монте Карло. Модель ПГБ 61 -.МЕГУ, Ровно, 2006,-29с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1973,-831с.
3. Кошкин Н.И., Ширкевич М. Г. Справочник по элементарной физике. - М.: Наука, 1972,-255с.
4. Кучерук И. М., Горбачук И. Т., Луцик П. П. Общий курс физики. Т. 1. - К.: Техника, 1999,-536с.
5. Кучерук И. М., Горбачук И. Т., Луцик П. П. Общий курс физики. Т. 2. - К.: Техника, 1999,-452с.
6. Кучерук И. М., Горбачук И. Т. Общий курс физики. Т.3. - К.: Техника, 1999,-520с.
7. Литнарович Р. М.Исследование точности аппроксимации зависимости магнитного момента Земли от широты методом статистических испытаний Монте Карло. Часть 1. МЕГУ, Ровно, 2006,-44с.
8. Литнарович Р.М. Установление связи между географической и геомагнитной системами координат. Часть 2.МЕГУ, Ровно, 2006,-47с.
9. Литнарович Р.М. Физика с основами геофизики. Курс лекций.МЕГУ, Ровно, 2007,-78с.
10. Литнарович Р.М. Физика с основами геофизики. Лабораторный практикум. Часть 1.МЕГУ, Ровно, 2007,-44с.
11. Литнарович Р.М. Физика с основами геофизики. Лабораторный практикум.Часть 2.МЕГУ, Ровно, 2008,-48с.

12. Мудров В. И., Кушко В. Л. Методы обработки измерений. - М.: Сов. радио, 1976,-192с.
13. Пастушенко С. М. Формулы и законы общей физики: учебное пособие для студентов высших учебных заведений. Второй вид.: Диал, 2005,2668с.
14. Рего К. Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений. Справочное пособие. - М.: Техника, 1987,-126с.
15. Решения задач по курсу общей физики. Практикум / Остроухов А. А., Стрижевский В. Л., цвели М. Г. и другие. - М.: Просвещение, 1966,-503с
16. Савельев И. В. Курс физики. Т.1. - М.: Наука, 1989,-352с
17. Савельев И. В. Курс физики. Т.2. - М.: Наука, 1989,-464с
18. Савельев И. В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1982,-304с
19. Ситников А. П. Основы электродинамики. Лабораторный практикум. Чернигов: ЧДИЕиУ, 2003,-48с
20. Субботин С. И. Кора и мантия Земли. - М.: Знание, 1996,-39с.
21. Топографо-геодезические термины: справочник / Кузьмин Б. С., Герасимов Ф. Я., Молоканов М. и др. - М.: Недра, 1989,-261с.
22. Федоров Е. П. Вращение Земли. - М.: Знание, 1966,-52с
23. Физика с использованием вычислительной техники. Практический курс В. М. Казанский, В. И. Кланченко, Д. Кошелева и др. - М.: Просвещение, 1993,-224с.
- Примечание.** Существует несколько таблиц псевдослучайных чисел.
Исследуя данные таблицы, мы пришли к выводу, что наилучшей из них есть таблица, разработанная молодым учёным нашего университета Валецким Александром Олеговичем в его магистерской диссертации, выполненной под руководством доктора физико-математических наук, профессора Джуня Иосифа Владимировича. См.:
 24. Джунь И.В., Валецкий А.О. О новом, неизвестном свойстве числа π .//Тезисы докладов на X Международной конференции «Экономические и гуманитарные проблемы развития общества в III тысячелетии». Ровно 3-5.102007 г.
25. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про одну невідому особливість числа π .//Збірник наукових праць викладачів та Студентів факультету кібернетики МЕГУ. Рівне: Тетіс, 2008, с. 59-65.
26. Валецький О.О., Джунь Й.В. Методи створення послідовностей рівномірно розподілених випадкових чисел та їх застосування. Там же, с. 66-69.

Приложения

Приложение 1.

Генерирование псевдослучайных чисел, подчинение их нормальному закону распределения и расчет истинных погрешностей

0,6	0,522	0,078	0,00608	0,0378	0,00142629
0,23	0,522	-0,292	0,08526	-0,1414	0,01998875
0,3	0,522	-0,222	0,04928	-0,1075	0,01155383
0,89	0,522	0,368	0,13542	0,17818	0,03174794
0,27	0,522	-0,252	0,06350	-0,122	0,01488747
0,37	0,522	-0,152	0,02310	-0,0736	0,00541635
0,69	0,522	0,168	0,02822	0,08134	0,00661665
0,59	0,522	0,068	0,00462	0,03292	0,00108402
0,68	0,522	0,158	0,02496	0,0765	0,00585240
0,6	0,522	0,078	0,00608	0,03777	0,00142629
5,22	5,22	-3E-16	0,42656	-1,4E-16	0,10000000
A	B	C	D	E	F

Приложение 2.

Построение искаженной модели

0	8,803	0,0378	8,841
11,25	8,957	-0,1414	8,816
22,5	8,851	-0,1075	8,7435
33,75	8,598	0,17818	8,7762
45	8,274	-0,122	8,1520
56,25	8,011	-0,0736	7,9374
67,5	7,904	0,08134	7,9853
78,75	8,057	0,03292	8,0899
84,375	8,264	0,0765	8,3405
90	8,575	0,03777	8,6128
489,375	84,294	-1,4E-16	84,294
I	G	E	H
Хексп.=Хистн.	Уистн.	Истинн погрешн.	Уискаж.

Приложение 3.

Расчетная таблица

0	1	0	0	0	0	0	0
11,25	1	126,563	1423,828	16018,066	180203,247	2027286,530	
22,5	1	506,250	11390,625	256289,063	5766503,906	129746337,891	
33,75	1	1139,063	38443,359	1297463,379	43789389,038	1477891880,035	
45	1	2025,000	91125,000	4100625,000	184528125,000	8303765625,000	
56,25	1	3164,063	177978,516	10011291,504	563135147,095	3167635204,078	
67,5	1	4556,250	307546,875	20759414,063	1401260449,219	94585080322,266	
78,75	1	6201,563	488373,047	38459377,441	3028675973,511	238508232913,971	
84,375	1	7119,141	600677,490	50682163,239	4276307523,251	360813447274,268	
90	1	8100,000	729000,000	65610000,000	5904900000,000	531441000000,000	
489,375	10	32937,891	2445958,740	191192641,754	15408543314,266	1266937543664,040	
I	J	K	L	M	N	O	
Хексп.=Хистн.	X0	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	

Продолжение расчётной таблицы

0	0	0	8,7931047	4,766E-02	0,002271628
99,1757074	1115,727	12551,92547	8,9133392	-9,772E-02	0,009549349
196,729004	4426,403	99594,05812	8,7980249	-5,451E-02	0,00297174
296,196058	9996,617	337385,8228	8,5447693	2,314E-01	0,053550705
366,83936	16507,77	742849,7035	8,2511794	-9,919E-02	0,009839384
446,478982	25114,44	1412687,403	8,0148628	-7,746E-02	0,00599985
539,01064	36383,22	2455867,23	7,9334267	5,192E-02	0,002695285
637,081552	50170,17	3950901,064	8,1044784	-1,455E-02	0,000211816
703,729771	59377,2	5009951,199	8,3151894	2,531E-02	0,000640675
775,148968	69763,41	6278706,639	8,6256252	-1,286E-02	0,00016535
4060,390	272855,0	20300495,0	84,29	0,0000000	0,087896
P	Q	R	S	T	U
YX	YX^2	YX^3	Y'зрівн.	V=Yспв.- Y3	VV

Приложение 4
Расчёт определителей

1266937543664,04	15408543314,27	19119264 2	2445959
15408543314,266	191192642	2445959 1	32937,89
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10
D=	1,38204E+21		
20300495,0441	15408543314	19119264 2	2445959
272854,95712	191192642	2445959	32938
4060,3900417	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10
D1=	1,57904E+16		
1266937543664	20300495,044	19119264 2	2445959
15408543314	272854,957	2445959	32938
191192642	4060,390	32938	489,375
2445959	84,2940	489,375	10
D2=	-1,8190E+18		
1266937543664	15408543314	20300495	2445958, 7
15408543314	191192642	272855	32937,89 1
191192642	2445959	4060	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3=	3,3236E+19		
1266937543664	15408543314	19119264 2	2030049 5
15408543314	191192642	2445959	272855

191192642	2445959	32938	4060
2445959		32938	489,375
D4=		1,2152E+22	

Приложение 5.
Свободные члены нормальных уравнений

20300495,04
272854,957
4060,390
84,294

Приложение 6.
Расчет коэффициентов аппроксимирующего полинома

a=D1/D=	0,000011425
b=D2/D=	-0,001316
c=D3/D=	0,024048
d=D4/D=	8,793105
$Y=aX^3+bX^2+cX+d$	

Нами выведена формула по результатам теоретических исследований:

$$y' = 0,000011425x^3 - 0,001316x^2 + 0,024048x + 8,793105.$$

Приложение 7.
Нахождение алгебраических дополнений

			1266937543664	15408543314	191192642
A44=	1,1858101,E+21		15408543314	191192642	2445959
			191192642	2445959	32938

			1266937543664	191192642	2445959
A22=	8,99382E+15		191192642	32938	489,375
			2445959	489	10

A33=	1,24719,E+19		1266937543664	15408543314	2445959
			15408543314	191192642	32938
			2445959	32938	10

			191192642	2445959	32938
A11=	4,7761E+11		2445959	32938	489,375
			32937,891	489,375	10

Приложение 8.
Контроль уравновешивания

$$[Yy] - a [yx^3] - b [yx^2] - c [yx] - d [y] = 0,087895782$$

$$[VV] = 0,087895782$$

$$\text{Разница} = 0,000000$$

$m\varphi =$

0,11211308
0,06933648
0,07368445
0,06769636
0,061161
0,06757748
0,0719133
0,06129557
0,06572687
0,09824501

Приложение 9.
Оценка точности уравновешенных элементов

Средняя квадратическая погрешность единицы веса
 $\mu = 0,12103428$

Средняя квадратическая погрешность коэффициента a
 $ma = 2,5001E-06$

Средняя квадратическая погрешность коэффициента в
 $mb = 0,00030876$

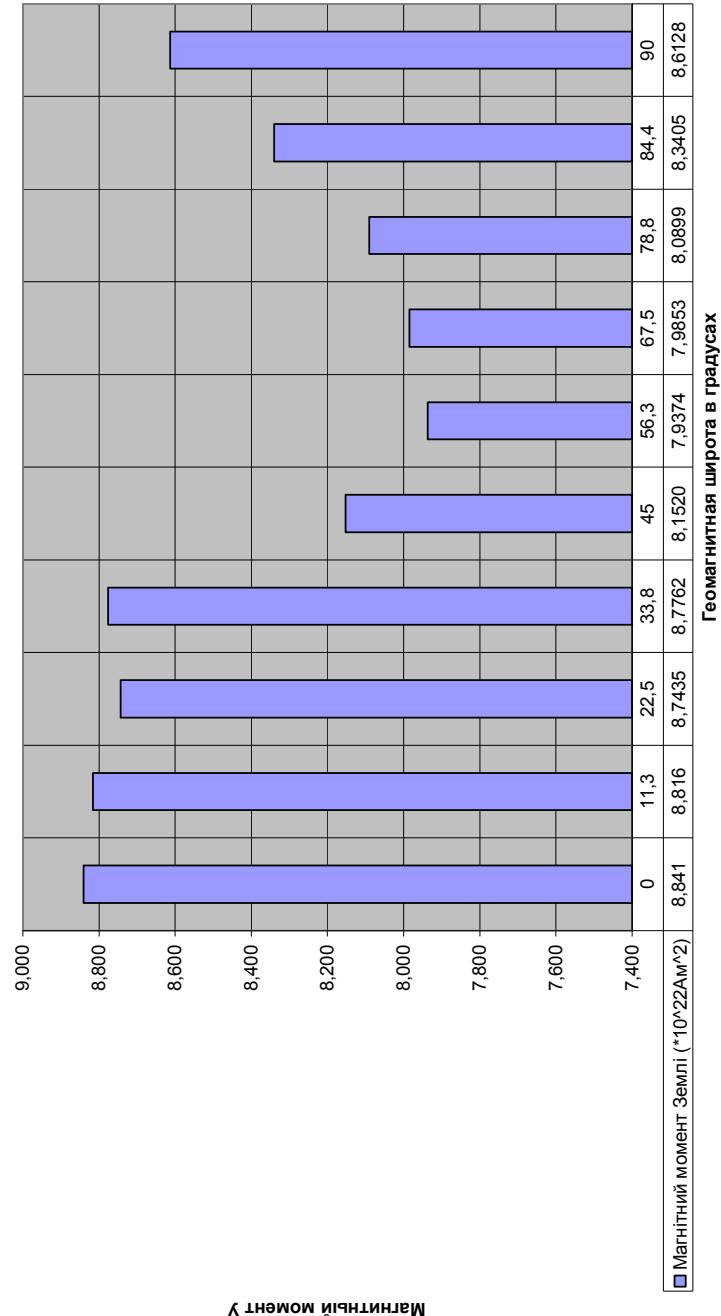
Средняя квадратическая погрешность коэффициента с
 $mc = 0,011497828$

Средняя квадратическая погрешность коэффициента d
 $md = 0,11211308$

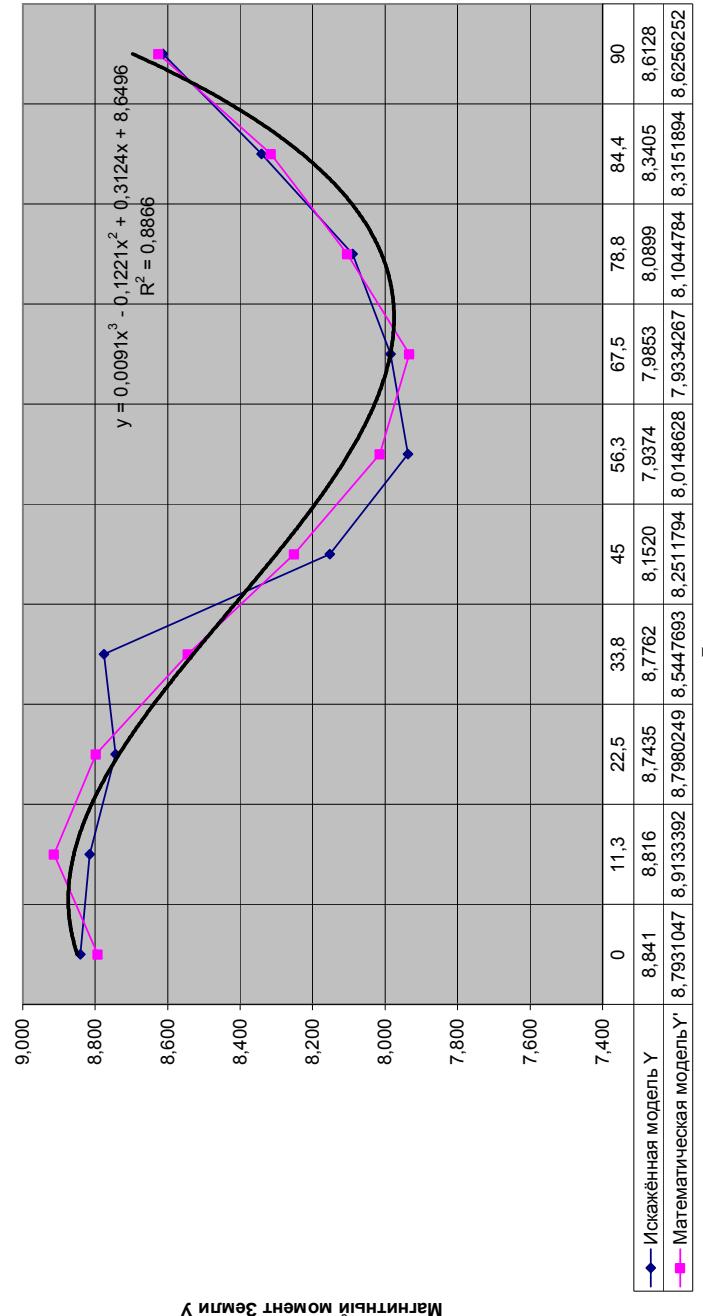
Приложение 10. Диаграммы исследований

**Средние квадратические погрешности
уравновешенной функции**

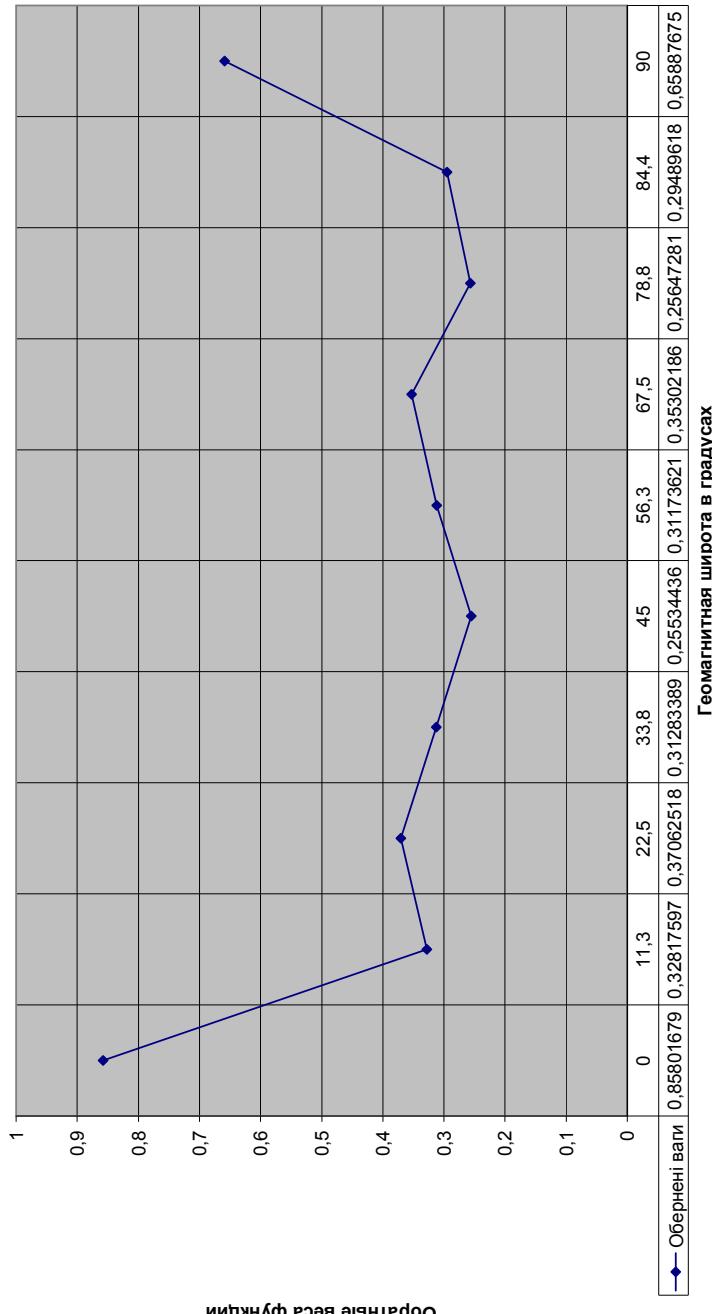
Магнитный момент Земли



Аппроксимация кубическим полиномом

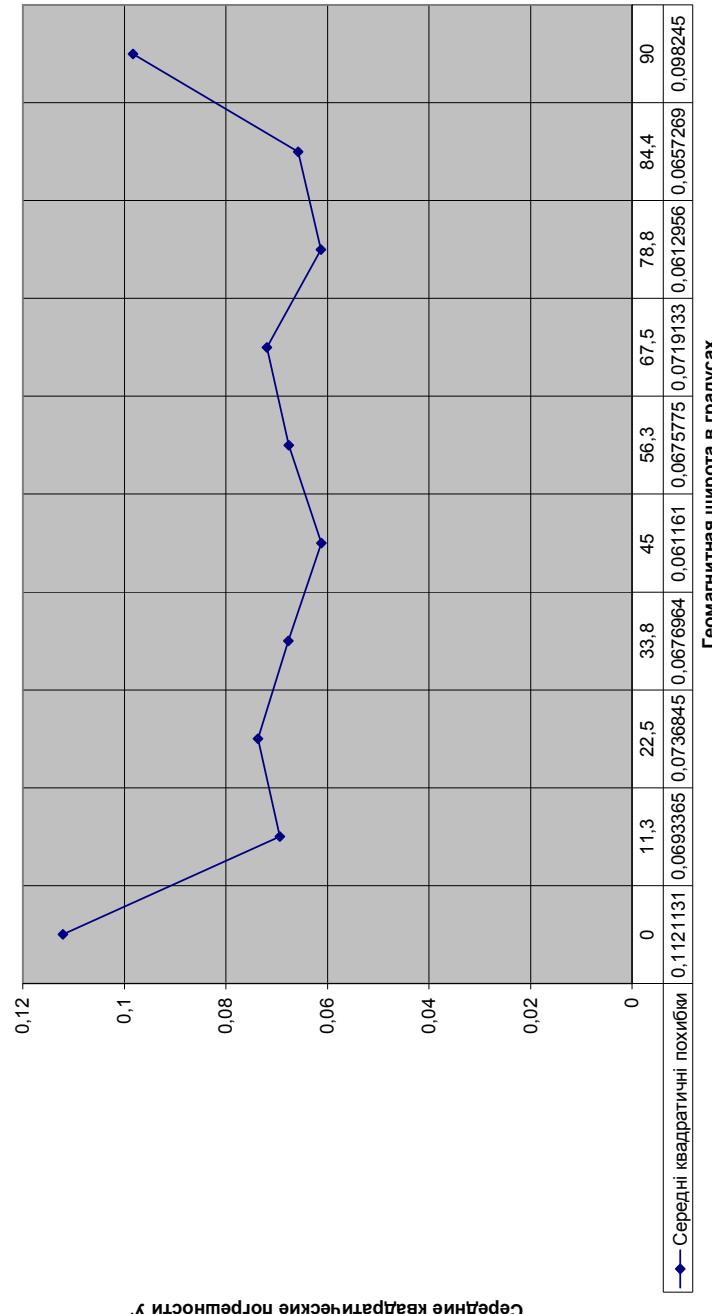


Обратные веса функции



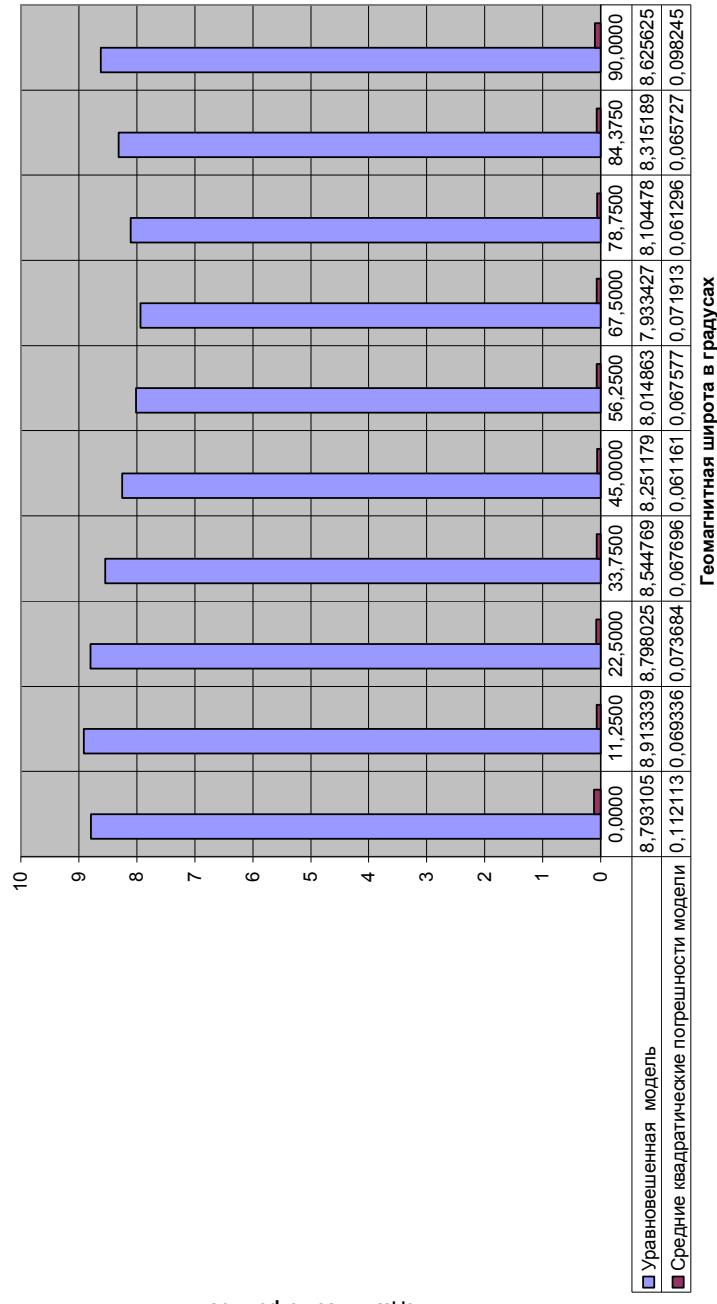
45

Средние квадратические погрешности функции

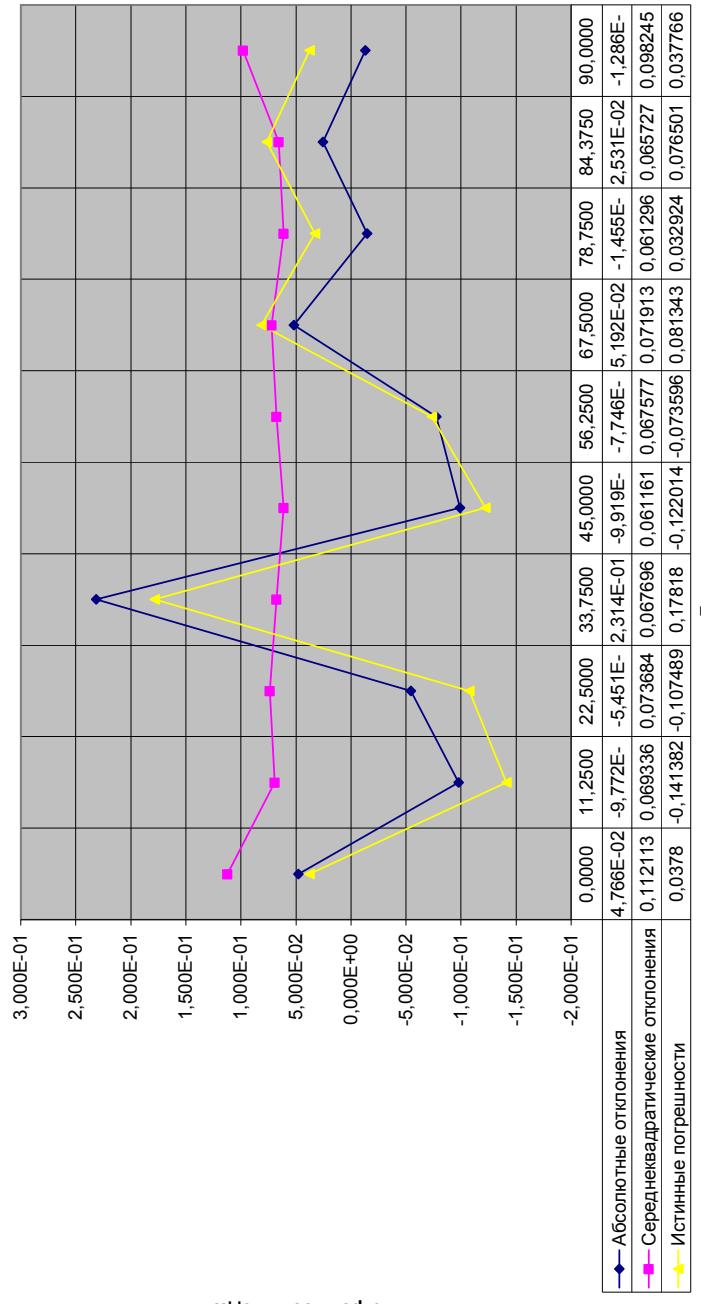


46

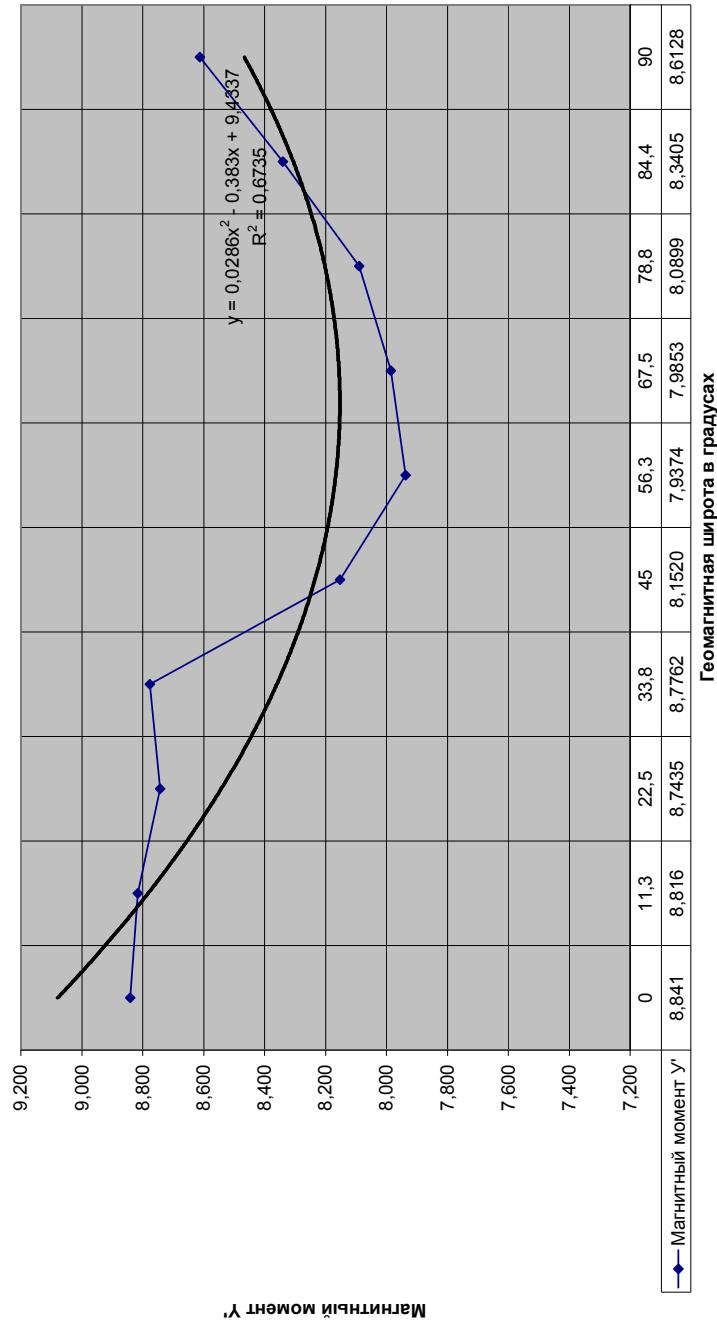
Уравновешенная модель и её погрешности



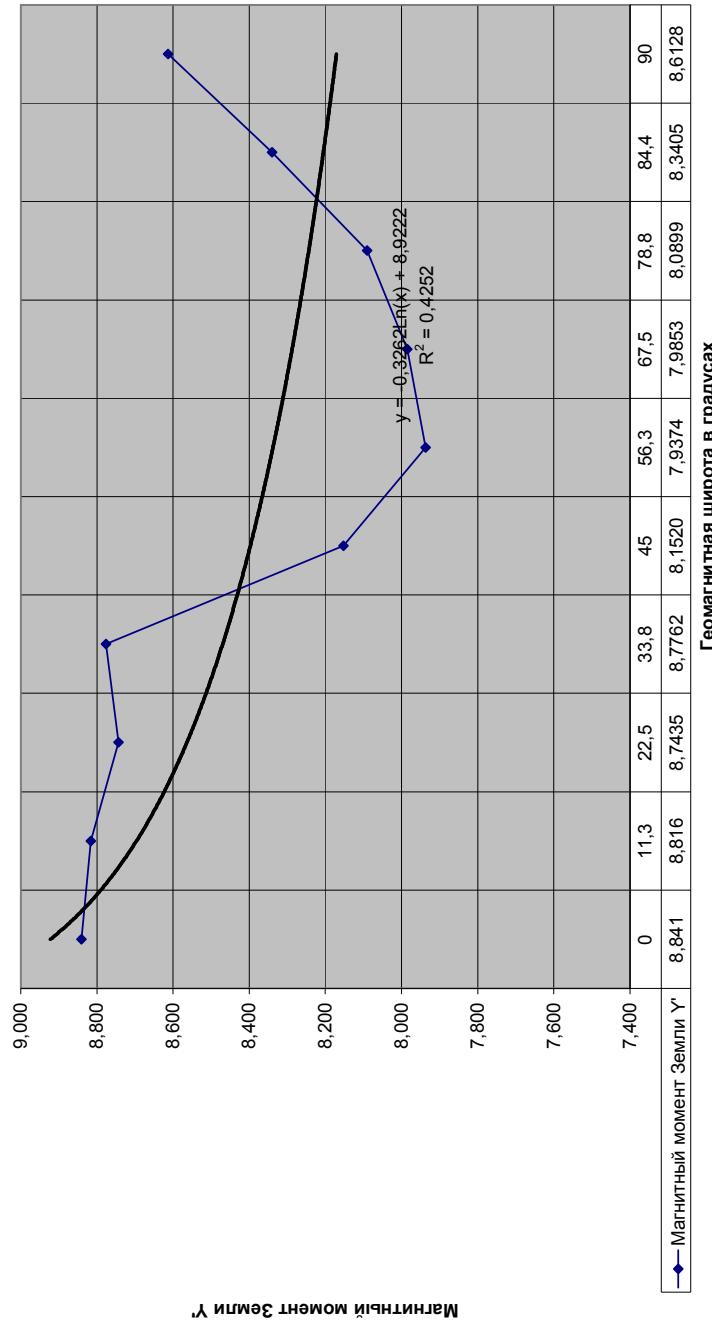
Абсолютные и среднеквадратические отклонения



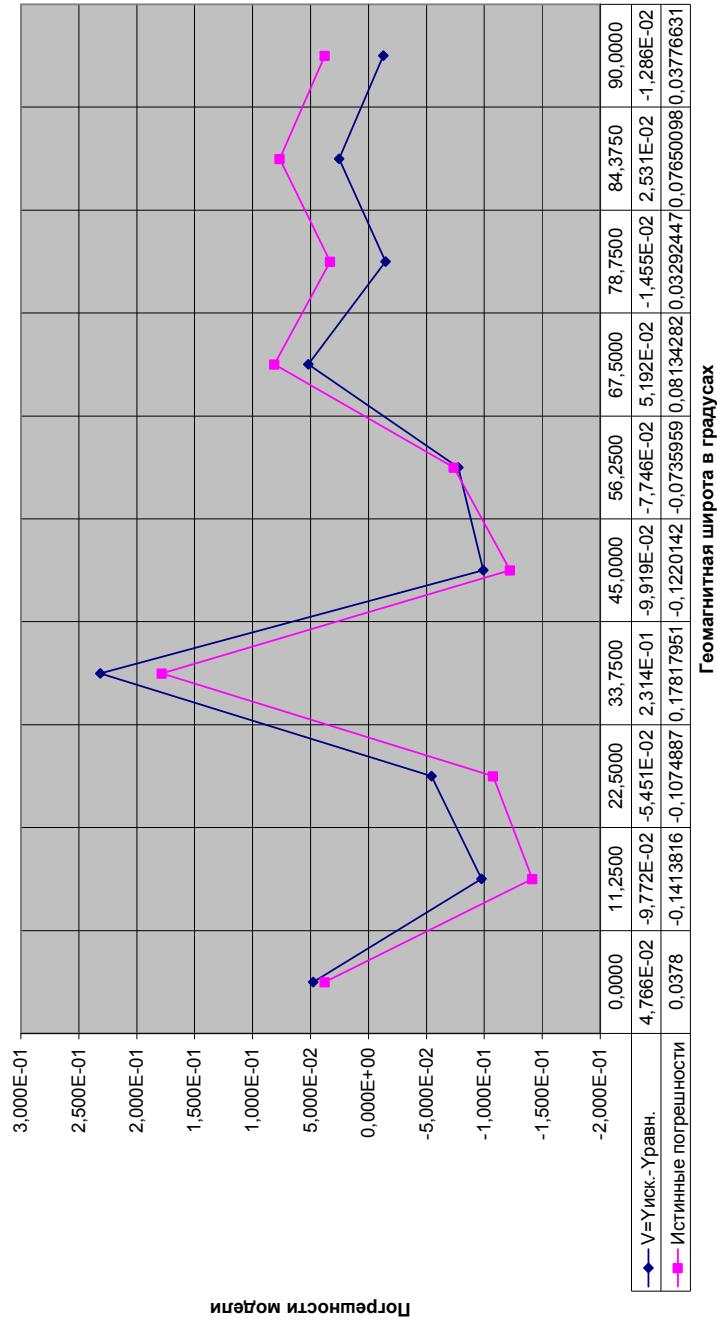
Аппроксимация квадратическим полиномом



Аппроксимация логарифмической функцией

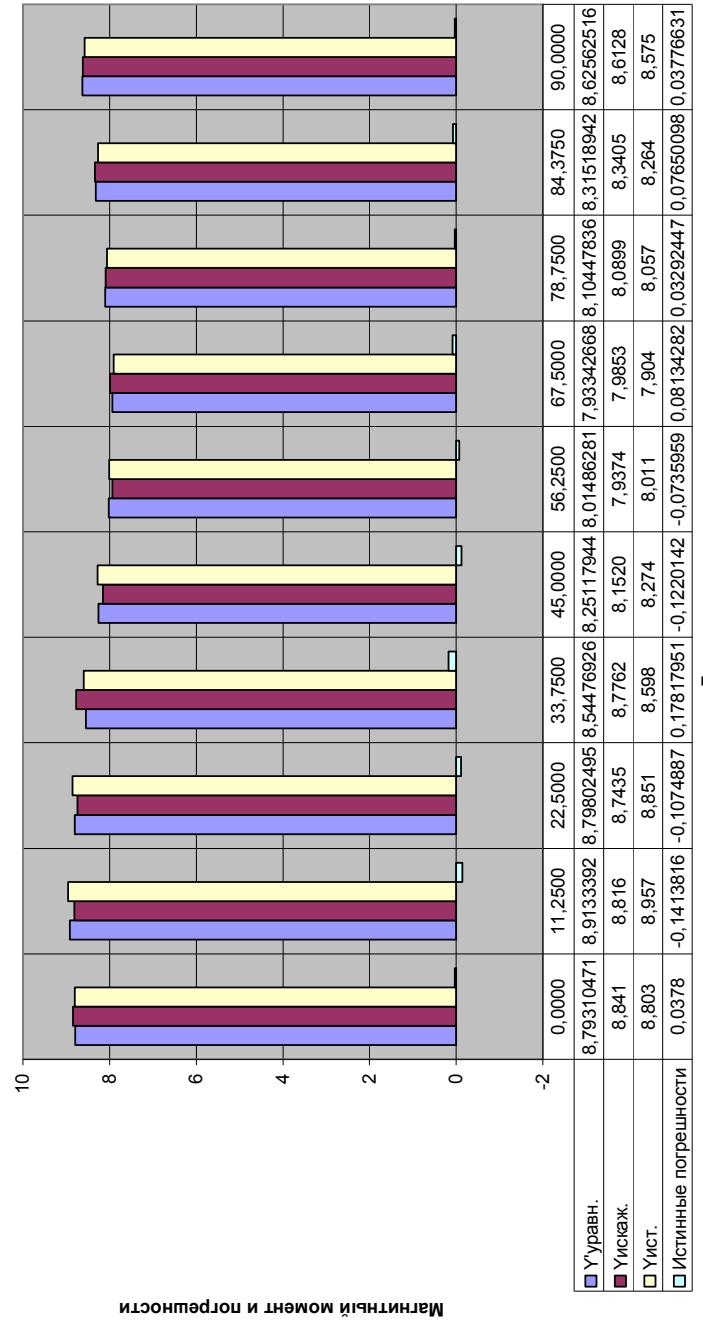


Истинные и абсолютные погрешности



51

Математические модели и их погрешности



52

0.04 0.94 0.6 0.16 0.53 0.46 0.68 0.04 0.98 0.86 0.27 0.23 0.27 0.91 0.78 0.6
 0.85 0.78 0.43 0.83 0.82 0.79 0.67 0.97 0.66 0.81 0.45 0.41 0 0.95 0.38 0.83
 0.78 0.63 0.6 0.95 0.06 0.8 0.06 0.42 0.25 0.12 0.52 0.05 0.11 0.73 0.92 0.98
 0.48 0.96 0.08 0.41 0.28 0.48 0.86 0.26 0.94 0.56 0.04 0.24 0.19 0.65 0.28 0.5
 0.22 0.21 0.06 0.61 0.18 0.63 0.06 0.74 0.42 0.78 0.62 0.2 0.39 0.19 0.49 0.45

Variant No./ Random values

97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112
 0.04 0.71 0.23 0.71 0.37 0.86 0.96 0.09 0.56 0.36 0.43 0.71 0.91 0.72 0.87 0.46
 0.77 0.64 0.65 0.75 0.73 0.96 0.24 0.13 0.89 0.08 0.65 0.83 0.26 0.45 0.99 0.58
 0.13 0.39 0.04 0.78 0.02 0.75 0.9 0.09 0.94 0.65 0.76 0.4 0.78 0.95 0.12 0.69
 0.46 0.83 0.98 0.35 0.25 0.95 0.7 0.98 0.25 0.82 0.26 0.2 0.52 0.24 0.89 0.4
 0.77 0.26 0.71 0.94 0.78 0.26 0.84 0.82 0.6 0.14 0.76 0.99 0.09 0.02 0.64 0.01
 0.36 0.39 0.44 0.37 0.45 0.53 0.05 0.06 0.82 0.03 0.49 0.62 0.52 0.45 0.17 0.49
 0.39 0.96 0.51 0.43 0.14 0.29 0.8 0.91 0.9 0.65 0.92 0.5 0.93 0.72 0.21 0.69
 0.64 0.61 0.51 0.57 0.09 0.85 0.83 0.87 0.41 0.05 0.97 0.88 0.59 0.59 0.77 0.29
 0.75 0.49 0.89 0.3 0.16 0.17 0.53 0.92 0.84 0.68 0.13 0.82 0.68 0.68 0.38 0.68
 0.94 0.27 0.74 0.15 0.59 0.91 0.85 0.59 0.25 0.24 0.59 0.53 0.95 0.94 0.31 0.04

Variant No./ Random values

113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128
 0.99 0.72 0.52 0.46 0.8 0.84 0.59 0.87 0.27 0.36 0.44 0.69 0.58 0.48 0.65 0.38
 0.36 0.73 0.62 0.22 0.62 0.6 0.99 0.12 0.46 0.08 0.05 0.12 0.43 0.88 0.43 0.9
 0.45 0.12 0.44 0.13 0.65 0.49 0.76 0.27 0.8 0.79 0.77 0.15 0.69 0.14 0.35 0.99
 0.77 0 0.12 0.96 0.16 0.08 0.94 0.41 0.69 0.48 0.68 0.55 0.58 0.48 0.4 0.63
 0.53 0.42 0.2 0.72 0.22 0.58 0.28 0.48 0.86 0.48 0.15 0.84 0.56 0.02 0.85 0.06
 0.01 0.68 0.42 0.73 0.94 0.52 0.26 0.74 0.67 0.67 0.88 0.95 0.25 0.21 0.38 0.52
 0.25 0.49 0.95 0.46 0.66 0.72 0.78 0.23 0.98 0.64 0.56 0.59 0.61 0.16 0.35 0.48
 0.86 0.23 0.05 0.77 0.45 0.64 0.98 0.03 0.55 0.93 0.63 0.45 0.68 0.17 0.43 0.24
 0.11 0.25 0.15 0.07 0.6 0.69 0.47 0.94 0.51 0.09 0.65 0.96 0.09 0.4 0.25 0.22
 0.88 0.79 0.71 0.08 0.93 0.14 0.56 0.69 0.13 0.68 0.67 0.22 0.87 0.48 0.94 0.05

Variant No./ Random values

129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144
 0.6 0.1 0.15 0.03 0.3 0.86 0.17 0.92 0.86 0.8 0.92 0.08 0.74 0.76 0.09 0.17
 0.82 0.49 0.38 0.58 0.9 0.09 0.71 0.49 0.09 0.67 0.59 0.85 0.26 0.13 0.65 0.54
 0.97 0.81 0.89 0.31 0.29 0.78 0.48 0.21 0.68 0.29 0.98 0.94 0.87 0.22 0.65 0.88

0.04 0.85 0.75 0.64 0.01 0.42 0.7 0.47 0.75 0.55 0.13 0.23 0.79 0.64 0.14 0.51
 0.52 0.37 0.46 0.23 0.43 0.64 0.54 0.28 0.58 0.44 0.47 0.95 0.26 0.58 0.67 0.82
 0.1 0.51 0.14 0.13 0.54 0.73 0.57 0.39 0.52 0.31 0.13 0.42 0.71 0.66 0.1 0.21
 0.35 0.96 0.95 0.36 0.23 0.14 0.42 0.95 0.24 0.84 0.93 0.71 0.87 0.11 0.01 0.45
 0.76 0.54 0.03 0.59 0.02 0.79 0.93 0.44 0.03 0.74 0.2 0.07 0.31 0.05 0.78 0.53
 0.9 0.62 0.19 0.83 0.87 0.44 0.78 0.08 0.47 0.84 0.89 0.68 0.33 0.21 0.44 0.57
 0.13 0.86 0.87 0.51 0.94 0.35 0.06 0.43 0.02 0.18 0.45 0.31 0.91 0.04 0.84 0.81

Variant No./ Random values

145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160
 0 0.53 0.7 0.61 0.46 0.8 0.67 0.49 0.19 0.27 0.81 0.91 0.19 0.79 0.39 0.95
 0.2 0.61 0.41 0.96 0.63 0.42 0.87 0.54 0.44 0.06 0.43 0.74 0.51 0.23 0.71 0.81
 0.92 0.17 0.99 0.98 0.39 0.1 0.15 0.91 0.95 0.61 0.81 0.46 0.75 0.14 0.26 0.91
 0.23 0.97 0.48 0.94 0.09 0.07 0.18 0.64 0.94 0.23 0.19 0.61 0.56 0.79 0.45 0.2
 0.8 0.95 0.14 0.65 0.5 0.22 0.52 0.31 0.6 0.38 0.81 0.93 0.01 0.42 0.09 0.37
 0.62 0.13 0.78 0.55 0.95 0.66 0.38 0.93 0.77 0.87 0.08 0.3 0.39 0.06 0.97 0.92
 0.07 0.73 0.46 0.72 0.21 0.82 0.56 0.25 0.99 0.66 0.15 0.01 0.42 0.15 0.03 0.06
 0.8 0.38 0.44 0.77 0.34 0.54 0.92 0.02 0.6 0.54 0.14 0.66 0.59 0.25 0.2 0.14
 0.97 0.44 0.28 0.5 0.73 0.25 0.18 0.66 0.6 0.02 0.13 0.24 0.34 0.08 0.81 0.9
 0.71 0.04 0.86 0.33 0.17 0.34 0.64 0.96 0.51 0.45 0.39 0.05 0.79 0.62 0.68 0.56

Variant No./ Random values

161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176
 0.1 0.05 0.5 0.81 0.06 0.65 0.87 0.96 0.99 0.81 0.63 0.57 0.47 0.36 0.38 0.4
 0.52 0.57 0.14 0.59 0.1 0.28 0.97 0.06 0.41 0.4 0.11 0.09 0.71 0.2 0.62 0.8
 0.43 0.9 0.39 0.75 0.95 0.15 0.67 0.71 0.57 0.7 0.04 0.2 0.33 0.78 0.69 0.93
 0.6 0.07 0.23 0.05 0.58 0.76 0.31 0.76 0.35 0.94 0.21 0.87 0.31 0.25 0.14 0.71
 0.2 0.53 0.29 0.28 0.19 0.18 0.26 0.18 0.61 0.25 0.86 0.73 0.21 0.57 0.91 0.98
 0.41 0.48 0.48 0.82 0.91 0.64 0.47 0.06 0.09 0.57 0.52 0.7 0.69 0.57 0.22 0.09
 0.17 0.56 0.71 0.16 0.72 0.29 0.1 0.98 0.16 0.9 0.91 0.52 0.8 0.17 0.35 0.06
 0.71 0.27 0.48 0.58 0.32 0.22 0.87 0.18 0.35 0.2 0.93 0.53 0.96 0.57 0.25 0.12
 0.1 0.83 0.57 0.91 0.51 0.36 0.98 0.82 0.09 0.14 0.44 0.21 0 0.67 0.51 0.03
 0.34 0.67 0.11 0.03 0.14 0.12 0.67 0.11 0.13 0.69 0.9 0.86 0.58 0.51 0.63 0.98

Variant No./ Random values

177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192
 0.31 0.5 0.19 0.7 0.16 0.51 0.51 0.16 0.85 0.17 0.14 0.37 0.65 0.76 0.18 0.35

0.15 0.56 0.5 0.88 0.49 0.09 0.98 0.98 0.59 0.98 0.23 0.87 0.34 0.55 0.28 0.33
 0.16 0.35 0.5 0.76 0.47 0.91 0.85 0.35 0.89 0.32 0.26 0.18 0.54 0.89 0.63 0.21
 0.32 0.93 0.3 0.89 0.85 0.7 0.64 0.2 0.46 0.75 0.25 0.9 0.7 0.91 0.54 0.81
 0.41 0.65 0.49 0.85 0.94 0.61 0.63 0.71 0.8 0.27 0.09 0.81 0.99 0.43 0.09 0.92
 0.44 0.88 0.95 0.75 0.71 0.28 0.28 0.9 0.59 0.23 0.23 0.32 0.6 0.97 0.29 0.97
 0.12 0.08 0.44 0.33 0.57 0.32 0.65 0.48 0.93 0.82 0.39 0.11 0.93 0.25 0.97 0.46
 0.36 0.67 0.3 0.58 0.36 0.04 0.14 0.28 0.13 0.88 0.3 0.32 0.03 0.82 0.49 0.03
 0.75 0.89 0.85 0.24 0.37 0.44 0.17 0.02 0.91 0.32 0.76 0.56 0.18 0.09 0.37 0.73
 0.44 0.4 0.3 0.7 0.74 0.69 0.21 0.12 0.01 0.91 0.3 0.2 0.33 0.03 0.8 0.19
 Variant No./ Random values
 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208
 0.76 0.21 0.1 0.11 0 0.44 0.92 0.93 0.21 0.51 0.6 0.84 0.24 0.44 0.85 0.96
 0.37 0.66 0.98 0.38 0.95 0.22 0.86 0.84 0.78 0.31 0.23 0.55 0.26 0.58 0.21 0.31
 0.44 0.95 0.76 0.85 0.72 0.62 0.43 0.34 0.41 0.89 0.3 0.39 0.68 0.64 0.26 0.24
 0.34 0.1 0.77 0.32 0.26 0.97 0.8 0.28 0.07 0.31 0.89 0.15 0.44 0.11 0.01 0.04
 0.46 0.82 0.32 0.52 0.71 0.62 0.01 0.05 0.26 0.52 0.27 0.21 0.11 0.66 0.03 0.96
 0.66 0.55 0.73 0.09 0.25 0.47 0.11 0.05 0.57 0.85 0.37 0.63 0.46 0.68 0.2 0.65
 0.31 0.09 0.89 0.65 0.26 0.91 0.86 0.2 0.56 0.47 0.69 0.31 0.25 0.7 0.58 0.63
 0.56 0.62 0.01 0.85 0.58 0.1 0.07 0.29 0.36 0.06 0.59 0.87 0.64 0.86 0.11 0.79
 0.1 0.45 0.33 0.48 0.85 0.03 0.46 0.11 0.36 0.57 0.68 0.67 0.53 0.24 0.94 0.41
 0.66 0.8 0.39 0.62 0.65 0.79 0.78 0.77 0.18 0.55 0.6 0.84 0.55 0.29 0.65 0.41
 Variant No./ Random values
 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224
 0.26 0.65 0.4 0.85 0.3 0.61 0.43 0.44 0.43 0.18 0.58 0.67 0.69 0.75 0.14 0.56
 0.61 0.4 0.68 0 0.7 0.02 0.37 0.87 0.76 0.59 0.13 0.44 0.01 0.71 0.27 0.49
 0.47 0.04 0.2 0.56 0.22 0.3 0.53 0.89 0.94 0.56 0.13 0.14 0.07 0.11 0.27 0
 0.04 0.07 0.85 0.47 0.33 0.26 0.99 0.39 0.08 0.14 0.54 0.66 0.46 0.45 0.88 0.07
 0.97 0.27 0.08 0.26 0.68 0.3 0.63 0.43 0.28 0.58 0.78 0.56 0.98 0.3 0.52 0.35
 0.8 0.89 0.33 0.06 0.57 0.57 0.4 0.67 0.95 0.45 0.71 0.63 0.77 0.52 0.54 0.2
 0.21 0.14 0.95 0.57 0.61 0.58 0.14 0 0.25 0.01 0.26 0.22 0.85 0.94 0.13 0.02
 0.16 0.47 0.15 0.5 0.97 0.92 0.59 0.23 0.09 0.9 0.79 0.65 0.47 0.37 0.61 0.25
 0.51 0.76 0.56 0.75 0.13 0.57 0.51 0.78 0.29 0.66 0.64 0.54 0.77 0.91 0.74 0.5
 0.11 0.29 0.96 0.14 0.89 0.03 0.04 0.63 0.99 0.47 0.13 0.29 0.62 0.1 0.73 0.4

Variant No./ Random values
 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240
 0.43 0.75 0.18 0.95 0.73 0.59 0.61 0.45 0.89 0.01 0.93 0.89 0.71 0.31 0.11 0.79
 0.04 0.29 0.78 0.28 0.56 0.47 0.5 0.32 0.03 0.19 0.86 0.91 0.51 0.4 0.28 0.7
 0.8 0.85 0.99 0.04 0.8 0.1 0.94 0.12 0.14 0.72 0.21 0.31 0.79 0.47 0.64 0.77
 0.72 0.62 0.24 0.14 0.25 0.48 0.54 0.54 0.03 0.32 0.15 0.71 0.85 0.3 0.61 0.42
 0.28 0.81 0.37 0.58 0.5 0.43 0.06 0.33 0.21 0.75 0.18 0.29 0.79 0.86 0.62 0.23
 0.71 0.72 0.15 0.91 0.6 0.77 0.16 0.69 0.25 0.47 0.48 0.73 0.89 0.86 0.65 0.49
 0.49 0.45 0.01 0.14 0.65 0.4 0.62 0.84 0.33 0.66 0.39 0.37 0.9 0.03 0.97 0.69
 0.26 0.56 0.72 0.14 0.63 0.85 0.3 0.67 0.36 0.09 0.65 0.71 0.2 0.91 0.8 0.76
 0.38 0.32 0.71 0.66 0.41 0.62 0.74 0.88 0.88 0 0.78 0.69 0.25 0.6 0.29 0.02
 0.28 0.47 0.21 0.04 0.03 0.17 0.21 0.18 0.6 0.82 0.04 0.19 0 0.04 0.22 0.96
 Variant No./ Random values
 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256
 0.61 0.71 0.19 0.63 0.77 0.92 0.13 0.37 0.57 0.51 0.14 0.95 0.95 0.01 0.56 0.6
 0.49 0.63 0.18 0.62 0.94 0.72 0.65 0.47 0.36 0.42 0.52 0.3 0.81 0.77 0.03 0.67
 0.51 0.59 0.06 0.73 0.5 0.23 0.5 0.72 0.83 0.54 0.05 0.67 0.04 0.03 0.86 0.74
 0.35 0.13 0.62 0.22 0.24 0.77 0.15 0.89 0.15 0.04 0.95 0.3 0.98 0.44 0.48 0.93
 0.33 0.09 0.63 0.4 0.87 0.8 0.76 0.93 0.25 0.99 0.39 0.78 0.05 0.41 0.93 0.41
 0.44 0.73 0.77 0.44 0.18 0.42 0.63 0.12 0.98 0.6 0.8 0.99 0.88 0.86 0.87 0.41
 0.32 0.6 0.47 0.21 0.56 0.95 0.16 0.23 0.96 0.58 0.64 0.57 0.3 0.21 0.63 0.15
 0.98 0.19 0.31 0.95 0.16 0.73 0.53 0.81 0.29 0.74 0.16 0.77 0.29 0.47 0.86 0.72
 0.42 0.29 0.24 0.65 0.43 0.66 0.8 0.09 0.8 0.67 0.69 0.28 0.23 0.82 0.8 0.68
 0.99 0.64 0 0.48 0.24 0.35 0.4 0.37 0.01 0.41 0.63 0.14 0.96 0.58 0.97 0.94
 Variant No./ Random values
 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272
 0.09 0.24 0.32 0.37 0.89 0.69 0.07 0.06 0.97 0.79 0.42 0.23 0.62 0.5 0.82 0.21
 0.68 0.89 0.57 0.38 0.37 0.98 0.62 0.3 0.01 0.59 0.37 0.76 0.47 0.16 0.51 0.22
 0.89 0.35 0.78 0.6 0.15 0.88 0.16 0.17 0.55 0.78 0.29 0.73 0.52 0.33 0.44 0.6
 0.42 0.81 0.51 0.26 0.27 0.2 0.37 0.34 0.31 0.46 0.53 0.19 0.77 0.77 0.41 0.6
 0.31 0.99 0.06 0.65 0.54 0.18 0.76 0.39 0.79 0.29 0.33 0.44 0.19 0.52 0.15 0.41
 0.34 0.18 0.99 0.48 0.54 0.44 0.73 0.45 0.67 0.38 0.31 0.62 0.49 0.93 0.41 0.91
 0.31 0.81 0.48 0.09 0.27 0.77 0.71 0.03 0.86 0.38 0.77 0.34 0.31 0.77 0.2 0.75
 0.45 0.65 0.45 0.32 0.2 0.77 0.7 0.92 0.12 0.01 0.9 0.51 0.66 0.09 0.62 0.8

0.49 0.09 0.26 0.36 0.01 0.97 0.59 0.88 0.28 0.16 0.13 0.32 0.31 0.66 0.63 0.65
 0.28 0.61 0.93 0.26 0.68 0.63 0.36 0.06 0.27 0.35 0.67 0.63 0.03 0.54 0.47 0.76
 Variant No./ Random values
 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288
 0.28 0.03 0.5 0.45 0.07 0.77 0.23 0.55 0.47 0.1 0.58 0.59 0.54 0.87 0.02 0.79
 0.08 0.14 0.35 0.62 0.4 0.14 0.51 0.71 0.8 0.62 0.46 0.43 0.62 0.67 0.94 0.56
 0.12 0.75 0.31 0.81 0.34 0.07 0.83 0.3 0.33 0.62 0.54 0.23 0.27 0.83 0.94 0.49
 0.75 0.38 0.24 0.37 0.2 0.58 0.35 0.31 0.14 0.77 0.11 0.99 0.26 0.06 0.38 0.13
 0.34 0.67 0.76 0.87 0.96 0.95 0.97 0.03 0.09 0.83 0.39 0.13 0.07 0.71 0.09 0.87
 0.04 0.08 0.59 0.13 0.37 0.46 0.41 0.44 0.28 0.22 0.77 0.26 0.34 0.65 0.94 0.7
 0.47 0.45 0.87 0.84 0.77 0.87 0.2 0.19 0.27 0.71 0.52 0.8 0.73 0.17 0.67 0.9
 0.77 0.07 0.15 0.72 0.13 0.44 0.47 0.3 0.6 0.57 0 0.73 0.34 0.92 0.43 0.69
 0.31 0.13 0.83 0.5 0.49 0.31 0.63 0.12 0.84 0.04 0.25 0.12 0.19 0.25 0.65 0.17
 0.98 0.06 0.94 0.11 0.35 0.28 0.01 0.31 0.47 0.01 0.3 0.47 0.81 0.64 0.37 0.88
 Variant No./ Random values
 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304
 0.51 0.85 0.29 0.09 0.28 0.54 0.52 0.01 0.16 0.58 0.39 0.34 0.19 0.65 0.62 0.13
 0.49 0.14 0.34 0.15 0.95 0.62 0.58 0.65 0.86 0.55 0.7 0.55 0.26 0.9 0.49 0.65
 0.2 0.98 0.58 0.03 0.38 0.5 0.72 0.24 0.26 0.48 0.29 0.39 0.72 0.85 0.84 0.78
 0.31 0.63 0.05 0.77 0.77 0.56 0.06 0.88 0.87 0.64 0.46 0.24 0.82 0.46 0.85 0.79
 0.26 0.03 0.95 0.35 0.27 0.73 0.48 0.03 0.04 0.8 0.29 0 0.58 0.76 0.07 0.58
 0.25 0.1 0.47 0.47 0.09 0.16 0.43 0.96 0.13 0.62 0.67 0.6 0.44 0.92 0.56 0.27
 0.42 0.04 0.2 0.83 0.2 0.85 0.66 0.11 0.9 0.62 0.54 0.54 0.33 0.72 0.13 0.15
 0.35 0.95 0.84 0.5 0.68 0.77 0.24 0.6 0.29 0.01 0.61 0.87 0.66 0.79 0.52 0.4
 0.61 0.63 0.42 0.52 0.25 0.77 0.19 0.54 0.29 0.16 0.29 0.91 0.93 0.06 0.45 0.53
 0.77 0.99 0.14 0.03 0.73 0.4 0.43 0.28 0.75 0.26 0.28 0.88 0.96 0.39 0.95 0.87
 Variant No./ Random values
 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320
 0.94 0.75 0.72 0.91 0.74 0.64 0.26 0.35 0.74 0.55 0.25 0.4 0.79 0.09 0.14 0.51
 0.35 0.71 0.11 0.36 0.94 0.1 0.91 0.19 0.39 0.32 0.51 0.91 0.07 0.6 0.2 0.82
 0.52 0.02 0.61 0.87 0.98 0.53 0.18 0.87 0.7 0.58 0.42 0.97 0.25 0.91 0.67 0.78
 0.13 0.14 0.96 0.99 0 0.9 0.19 0.21 0.16 0.97 0.17 0.37 0.27 0.84 0.76 0.84
 0.72 0.68 0.6 0.84 0.9 0.03 0.37 0.7 0.24 0.24 0.29 0.16 0.51 0.3 0.05 0
 0.51 0.68 0.32 0.33 0.64 0.35 0.03 0.89 0.51 0.7 0.29 0.89 0.39 0.22 0.33 0.45

0.17 0.22 0.01 0.38 0.12 0.8 0.69 0.65 0.01 0.17 0.84 0.4 0.87 0.45 0.19 0.6
 0.12 0.12 0.28 0.59 0.93 0.71 0.62 0.31 0.3 0.17 0.11 0.44 0.48 0.46 0.4 0.9
 0.38 0.9 0.64 0.49 0.54 0.44 0 0.61 0.98 0.69 0.07 0.54 0.85 0.16 0.02 0.63
 0.27 0.5 0.52 0.98 0.34 0.91 0.87 0.4 0.78 0.66 0.8 0.88 0.18 0.33 0.85 0.1
 Variant No./ Random values
 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336
 0.22 0.83 0.34 0.5 0.85 0.04 0.86 0.08 0.25 0.03 0.93 0.02 0.13 0.32 0.19 0.71
 0.55 0.18 0.43 0.06 0.35 0.45 0.5 0.07 0.66 0.82 0.82 0.94 0.93 0.04 0.13 0.77
 0.65 0.52 0.79 0.39 0.75 0.17 0.54 0.61 0.39 0.53 0.98 0.46 0.83 0.39 0.36 0.38
 0.3 0.47 0.46 0.11 0.99 0.66 0.53 0.85 0.81 0.53 0.84 0.2 0.56 0.85 0.33 0.86
 0.21 0.86 0.72 0.52 0.33 0.4 0.28 0.3 0.87 0.11 0.23 0.28 0.27 0.89 0.21 0.25
 0.07 0.71 0.26 0.29 0.46 0.32 0.29 0.56 0.39 0.89 0.89 0.89 0.35 0.82 0.11 0.67
 0.45 0.62 0.7 0.1 0.21 0.83 0.56 0.46 0.22 0.01 0.34 0.96 0.71 0.51 0.88 0.19
 0.09 0.73 0.03 0.81 0.19 0.8 0.04 0.97 0.34 0.07 0.23 0.96 0.1 0.36 0.85 0.4
 0.66 0.43 0.19 0.39 0.5 0.97 0.9 0.19 0.06 0.99 0.63 0.95 0.52 0.45 0.3 0.05
 0.45 0.05 0.8 0.68 0.55 0.01 0.95 0.67 0.3 0.22 0.92 0.19 0.13 0.93 0.39 0.18
 Variant No./ Random values
 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352
 0.56 0.8 0.34 0.49 0.03 0.98 0.2 0.59 0.55 0.1 0.02 0.26 0.35 0.35 0.36 0.19
 0.2 0.41 0.99 0.47 0.45 0.53 0.85 0.93 0.81 0.02 0.34 0.39 0.55 0.44 0.95 0.97
 0.78 0.37 0.79 0.02 0.37 0.42 0.16 0.17 0.27 0.11 0.17 0.23 0.64 0.34 0.35 0.43
 0.94 0.78 0.22 0.18 0.18 0.52 0.86 0.24 0.08 0.51 0.4 0.06 0.66 0.04 0.43 0.32
 0.58 0.88 0.56 0.98 0.67 0.05 0.43 0.15 0.47 0.06 0.96 0.57 0.47 0.45 0.85 0.5
 0.33 0.23 0.23 0.34 0.21 0.07 0.3 0.15 0.45 0.94 0.05 0.16 0.55 0.37 0.9 0.68
 0.66 0.27 0.33 0.37 0.99 0.58 0.51 0.15 0.62 0.57 0.84 0.32 0.29 0.88 0.27 0.37
 0.23 0.19 0.89 0.87 0.57 0.14 0.15 0.95 0.78 0.11 0.19 0.63 0.58 0.33 0 0.59
 0.4 0.87 0.3 0.68 0.12 0.16 0.02 0.87 0.64 0.96 0.28 0.67 0.44 0.6 0.47 0.74
 0.64 0.91 0.59 0.95 0.05 0.49 0.73 0.74 0.25 0.62 0.69 0.01 0.04 0.9 0.37 0.78
 Variant No./ Random values
 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368
 0.19 0.86 0.83 0.59 0.38 0.14 0.65 0.74 0.12 0.68 0.04 0.92 0.56 0.48 0.79 0.85
 0.56 0.14 0.53 0.72 0.34 0.78 0.67 0.33 0.03 0.9 0.46 0.88 0.38 0.34 0.36 0.34
 0.65 0.53 0.79 0.49 0.86 0.41 0.92 0.7 0.56 0.38 0.72 0.93 0.17 0.48 0.72 0.33
 0.2 0.83 0.76 0.01 0.12 0.3 0.29 0.91 0.13 0.67 0.93 0.86 0.27 0.08 0.94 0.38

0.79 0.93 0.62 0.01 0.62 0.95 0.15 0.41 0.33 0.71 0.42 0.48 0.92 0.83 0.07 0.22
 0.01 0.26 0.9 0.14 0.75 0.46 0.68 0.47 0.65 0.35 0.76 0.16 0.47 0.73 0.79 0.46
 0.75 0.2 0.04 0.9 0.75 0.71 0.55 0.52 0.78 0.19 0.65 0.36 0.21 0.32 0.39 0.26
 0.4 0.61 0.6 0.13 0.63 0.58 0.15 0.59 0.07 0.42 0.2 0.2 0.2 0.31 0.87 0.27
 0.76 0.05 0.27 0.72 0.19 0 0.55 0.61 0.48 0.42 0.55 0.51 0.87 0.92 0.53 0.03
 0.43 0.51 0.39 0.84 0.42 0.53 0.22 0.34 0.15 0.76 0.23 0.36 0.1 0.64 0.25 0.06
 Variant No./ Random values
 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384
 0.39 0.04 0.97 0.5 0.08 0.65 0.62 0.71 0.09 0.53 0.59 0.19 0.46 0.58 0.97 0.51
 0.41 0.31 0.03 0.48 0.22 0.76 0.93 0.06 0.24 0.74 0.35 0.36 0.32 0.56 0.91 0.6
 0.78 0.15 0.47 0.81 0.81 0.15 0.28 0.43 0.66 0.79 0.57 0.06 0.11 0.08 0.61 0.53
 0.31 0.5 0.44 0.52 0.12 0.74 0.73 0.92 0.45 0.44 0.94 0.54 0.23 0.68 0.28 0.86
 0.06 0.13 0.4 0.84 0.14 0.86 0.37 0.76 0.7 0.09 0.61 0.2 0.71 0.51 0.24 0.91
 0.4 0.43 0.02 0.72 0.53 0.86 0.07 0.64 0.82 0.36 0.34 0.14 0.33 0.46 0.23 0.51
 0.89 0.75 0.76 0.64 0.52 0.16 0.41 0.37 0.67 0.96 0.9 0.31 0.49 0.5 0.19 0.1
 0.85 0.75 0.98 0.44 0.23 0.91 0.98 0.62 0.91 0.64 0.21 0.93 0.99 0.49 0.07 0.23
 0.62 0.34 0.64 0.68 0.44 0.11 0.73 0.94 0.03 0.26 0.59 0.18 0.4 0.44 0.37 0.8
 0.51 0.33 0.38 0.94 0.52 0.57 0.42 0.39 0.95 0.08 0.29 0.65 0.91 0.22 0.85 0.08
 Variant No./ Random values
 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400
 0.55 0.58 0.21 0.57 0.25 0.03 0.1 0.71 0.25 0.7 0.12 0.66 0.83 0.02 0.4 0.29
 0.29 0.52 0.52 0.2 0.11 0.87 0.26 0.76 0.75 0.62 0.2 0.41 0.54 0.2 0.51 0.61
 0.84 0.16 0.34 0.84 0.75 0.65 0.16 0.99 0.98 0.11 0.61 0.41 0.01 0 0.29 0.96
 0.07 0.83 0.86 0.9 0.92 0.91 0.6 0.3 0.28 0.84 0 0.26 0.91 0.04 0.14 0.07
 0.92 0.88 0.62 0.15 0.07 0.84 0.24 0.51 0.67 0.09 0.08 0.7 0 0.69 0.92 0.82
 0.12 0.06 0.6 0.41 0.83 0.71 0.8 0.65 0.35 0.56 0.72 0.52 0.53 0.25 0.67 0.53
 0.28 0.61 0.29 0.1 0.42 0.48 0.77 0.61 0.82 0.58 0.29 0.76 0.51 0.57 0.95 0.98
 0.47 0.03 0.56 0.22 0.26 0.29 0.34 0.86 0 0.34 0.15 0.87 0.22 0.98 0.05 0.34
 0.98 0.96 0.5 0.22 0.62 0.91 0.74 0.87 0.88 0.2 0.27 0.34 0.2 0.92 0.22 0.24
 0.53 0.39 0.85 0.62 0.64 0.76 0.69 0.14 0.9 0.55 0.62 0.84 0.25 0.03 0.91 0.27
 Variant No./ Random values
 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416
 0.57 0.71 0.02 0.84 0.02 0.79 0.98 0.06 0.63 0.65 0.82 0.54 0.88 0.92 0.64 0.88
 0.02 0.54 0.56 0.61 0.01 0.72 0.96 0.7 0.26 0.64 0.07 0.65 0.59 0.04 0.29 0.09

0.94 0.56 0.81 0.5 0.65 0.26 0.53 0.05 0.37 0.18 0.29 0.41 0.27 0.03 0.36 0.93
 0.13 0.78 0.51 0.78 0.6 0.9 0.4 0.7 0.86 0.67 0.11 0.49 0.65 0.58 0.34 0.34
 0.34 0.76 0.93 0.38 0.57 0.81 0.71 0.13 0.86 0.45 0.58 0.73 0.67 0.81 0.23 0.01
 0.45 0.87 0.68 0.71 0.26 0.6 0.34 0.89 0.13 0.9 0.95 0.62 0 0.99 0.39 0.36
 0.1 0.31 0.02 0.91 0.61 0.61 0.52 0.88 0.13 0.84 0.37 0.9 0.99 0.04 0.23 0.17
 0.47 0.33 0.63 0.94 0.8 0.45 0.75 0.93 0.14 0.93 0.14 0.05 0.29 0.76 0.34 0.75
 0.74 0.81 0.19 0.35 0.67 0.09 0.11 0.01 0.37 0.75 0.17 0.21 0 0.8 0.31 0.55
 0.9 0.24 0.85 0.3 0.9 0.66 0.92 0.03 0.76 0.71 0.92 0.2 0.33 0.22 0.9 0.94
 Variant No./ Random values
 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432
 0.33 0.46 0.76 0.85 0.14 0.22 0.14 0.47 0.73 0.79 0.39 0.37 0.51 0.7 0.34 0.43
 0.66 0.19 0.91 0.04 0.03 0.37 0.51 0.11 0.73 0.54 0.71 0.91 0.85 0.5 0.46 0.44
 0.9 0.26 0.36 0.55 0.12 0.81 0.62 0.28 0.82 0.44 0.62 0.57 0.59 0.16 0.33 0.3
 0.39 0.1 0.72 0.25 0.38 0.37 0.42 0.18 0.21 0.4 0.88 0.35 0.08 0.65 0.73 0.91
 0.77 0.15 0.09 0.68 0.28 0.87 0.47 0.82 0.65 0.69 0.95 0.99 0.57 0.44 0.9 0.66
 0.17 0.58 0.34 0.41 0.37 0.52 0.23 0.97 0.09 0.68 0.34 0.08 0 0.53 0.55 0.98
 0.49 0.17 0.54 0.17 0.38 0.18 0.83 0.99 0.94 0.46 0.97 0.48 0.67 0.62 0.65 0.51
 0.65 0.82 0.76 0.58 0.48 0.35 0.88 0.45 0.31 0.42 0.77 0.56 0.87 0.9 0.02 0.9
 0.95 0.17 0.02 0.83 0.52 0.97 0.16 0.34 0.45 0.62 0.12 0.96 0.4 0.43 0.52 0.31
 0.17 0.6 0.06 0.65 0.1 0.12 0.41 0.2 0.06 0.59 0.75 0.58 0.51 0.27 0.61 0.78
 Variant No./ Random values
 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448
 0.58 0.38 0.29 0.2 0.41 0.97 0.48 0.44 0.23 0.6 0.8 0.07 0.19 0.3 0.45 0.76
 0.18 0.93 0.23 0.49 0.22 0.92 0.79 0.65 0.01 0.98 0.75 0.18 0.72 0.12 0.72 0.67
 0.5 0.79 0.81 0.25 0.54 0.7 0.95 0.89 0.04 0.55 0.63 0.57 0.92 0.12 0.21 0.03
 0.33 0.46 0.69 0.74 0.99 0.23 0.56 0.3 0.25 0.49 0.47 0.8 0.24 0.9 0.11 0.41
 0.95 0.21 0.23 0.82 0.81 0.53 0.09 0.11 0.4 0.79 0.07 0.38 0.6 0.25 0.15 0.22
 0.74 0.29 0.95 0.81 0.8 0.72 0.47 0.16 0.25 0.91 0.66 0.85 0.45 0.13 0.33 0.12
 0.39 0.48 0.04 0.94 0.7 0.79 0.11 0.91 0.53 0.26 0.73 0.43 0.02 0.82 0.44 0.18
 0.6 0.41 0.42 0.63 0.63 0.95 0.48 0 0.04 0.48 0 0.26 0.7 0.49 0.62 0.48
 0.2 0.17 0.92 0.89 0.64 0.76 0.69 0.75 0.83 0.18 0.32 0.71 0.31 0.42 0.51 0.7
 0.29 0.69 0.23 0.48 0.89 0.62 0.76 0.68 0.44 0.03 0.23 0.26 0.09 0.27 0.52 0.49

Кристина Игоревна Кушнер

**ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ЗАВИСИМОСТИ МАГНИТНОГО МОМЕНТА
ПЛАНЕТЫ ЗЕМЛЯ ОТ ШИРОТЫ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ
МОНТЕ КАРЛО**

Аппроксимация полиномом третьей степени

Модель КИК-203

**Книга написана по материалам работы научной
физико-математической школы МЕГУ**

**Научный руководитель - кандидат технических
наук, доцент Литнарович Руслан Николаевич**

**Компьютерный набор, верстка - дизайн в
редакторе Microsoft ® Office 2003 ® Word К.И.Кушнер**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЭКОНОМИКО-ГУМАНИТАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА
СТЕПАНА ДЕМЬЯНЧУКА**

**Кафедра Математического моделирования
33027, г.Ровно, Украина
ул.акад. С. Демьянчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**